

# PRÁCTICA DE MATEMÁTICAS

Para la prueba N°.2  
Bachillerato a tu medida  
2017

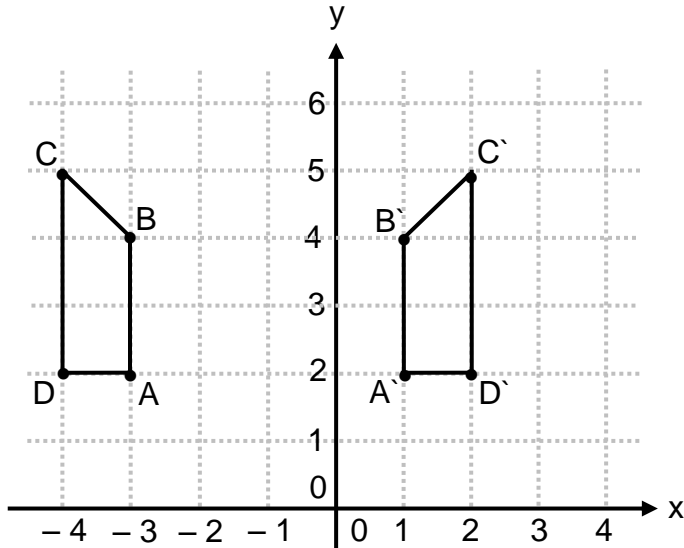
## Recomendaciones para realizar la práctica

1. Esta práctica contiene 50 ítems de selección única.
2. Lea cuidadosamente cada uno de los ítems.
3. Resuelva cada ítem y elija una respuesta de las cuatro opciones (A, B, C, D) que se le presentan.
4. Una vez realizada la práctica, revise las respuestas con el solucionario y las recomendaciones que se anexan.
5. Se le sugiere repasar los conocimientos que le presenten mayor dificultad, previo a la realización de la prueba.

SELECCIÓN ÚNICA

50 PREGUNTAS

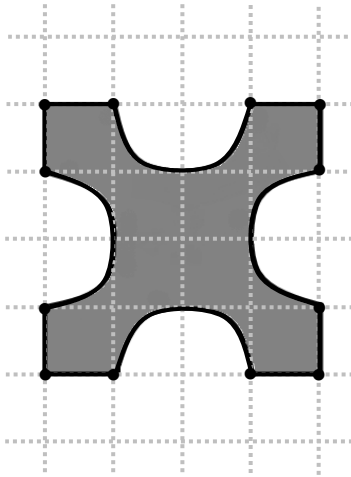
1) Observe las siguientes figuras simétricas con respecto a una recta:



Con base en la información anterior, el eje de simetría de esas figuras corresponde a la recta:

- A)  $x = 0$
- B)  $x = 2$
- C)  $x = -2$
- D)  $x = -1$

- 2) Considere la siguiente figura formada por ocho segmentos congruentes y cuatro semicircunferencias congruentes:

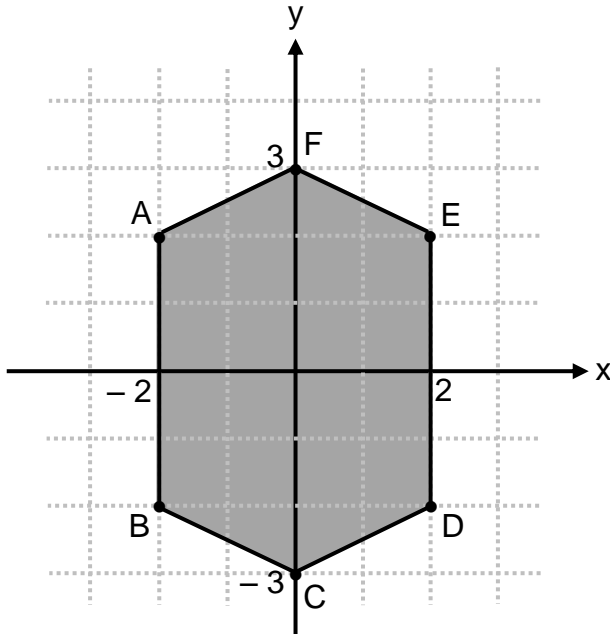


Con base en la información anterior, ¿cuántos ejes de simetría en total se pueden determinar en la figura?

- A) Más de 4
- B) Menos de 2
- C) Exactamente 2
- D) Exactamente 4

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 3 y 4:

La siguiente figura muestra un hexágono que presenta dos ejes de simetría: el eje de las abscisas (eje x) y el eje de las ordenadas (eje y):



- 3) Considere las siguientes proposiciones:
- I. A es homólogo con E con respecto al eje y.
  - II. C es homólogo con F con respecto al eje x.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

4) Considere las siguientes proposiciones:

I. B es homólogo con E con respecto al eje x.

II.  $\overline{BC}$  es homólogo con  $\overline{CD}$  con respecto al eje y.

De ellas son verdaderas

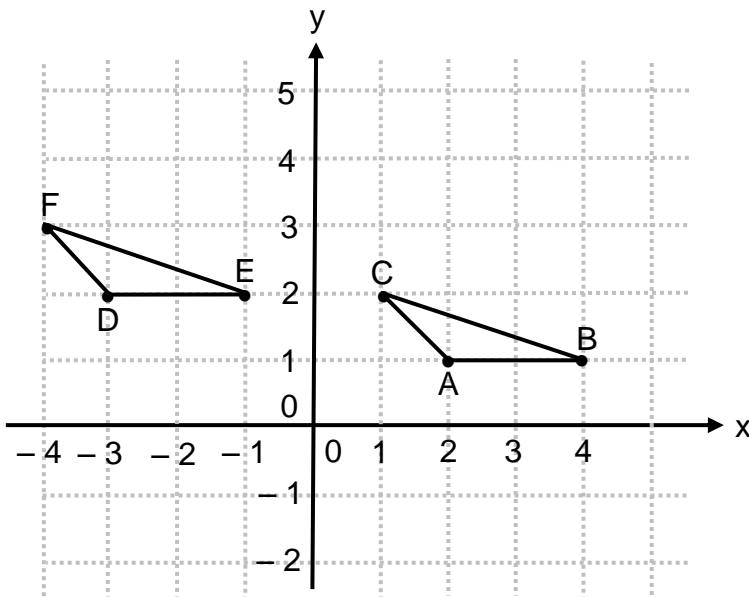
A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

- 5) Considere la siguiente figura, en la que se muestra una transformación geométrica aplicada al triángulo ABC obteniendo el  $\triangle DEF$ :



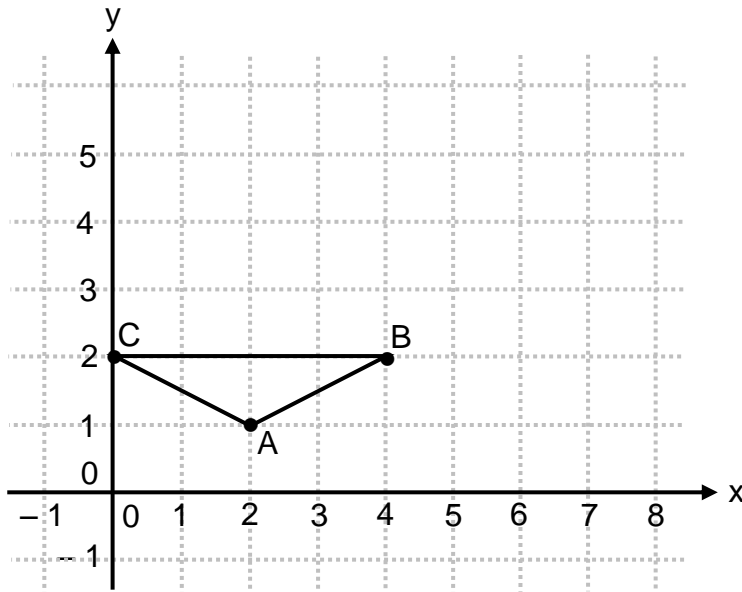
Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La transformación corresponde a una homotecia centrada en el origen y constante igual que  $-1$ .
- II. La transformación corresponde a una traslación de 5 unidades a la izquierda (paralelo al eje x) y una unidad hacia arriba (paralelo al eje y).

De ellas son verdaderas

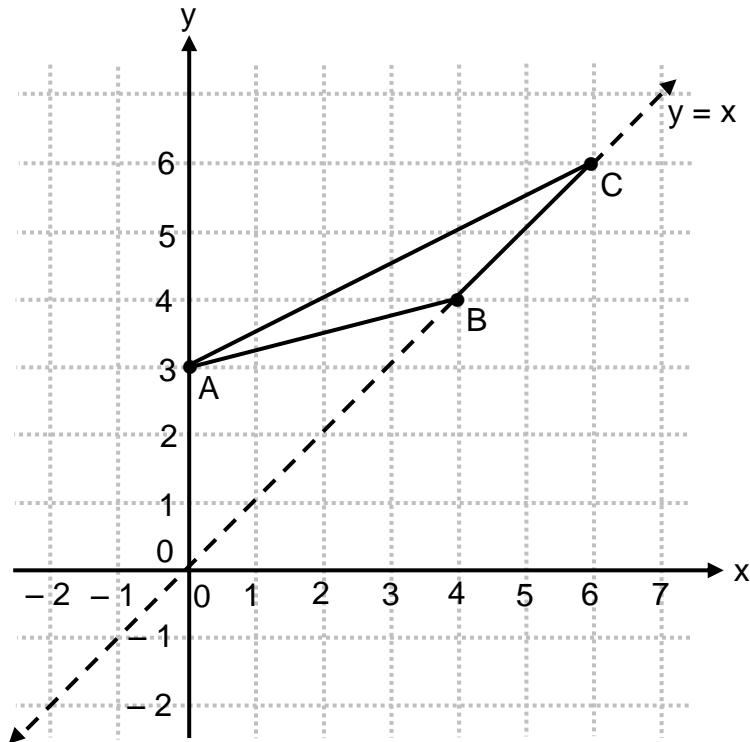
- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 6, 7 y 8:



- 6) Si al  $\triangle ABC$  se le aplica una traslación de 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba, entonces la imagen del punto A corresponde a
- A) (0, 0)  
B) (0, 2)  
C) (4, 0)  
D) (4, 2)
- 7) Si al  $\triangle ABC$  se le aplica una homotecia centrada en el origen de coordenadas y de razón  $K = 2$ , entonces, ¿cuáles son las coordenadas de la imagen del vértice C?
- A) (0, 1)  
B) (0, 4)  
C) (2, 1)  
D) (4, 2)
- 8) Si al  $\triangle ABC$  se le aplica una reflexión con respecto a la recta  $y = 3$ , entonces, la imagen del punto A corresponde al punto con las coordenadas
- A) (4, 1)  
B) (2, 4)  
C) (5, 1)  
D) (2, 5)

9) Considere la siguiente figura, en la que se presenta el  $\triangle ABC$  y la recta  $y = x$ :



Considere las siguientes proposiciones, referentes a una reflexión que se le aplica al triángulo  $ABC$  con respecto a la recta  $y = x$ :

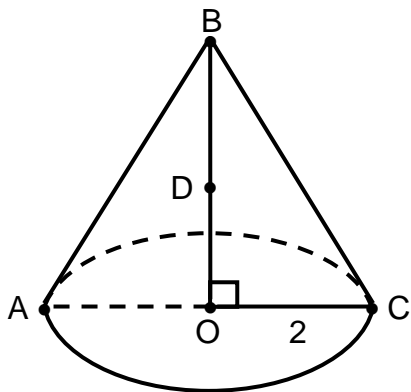
- I. Las coordenadas de la imagen del vértice  $A$  corresponden al punto  $(3,0)$ .
- II. El triángulo que se obtiene al aplicar la reflexión tiene el mismo perímetro del triángulo  $ABC$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.



Con base en la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 10, 11 y 12:



$$BO = 6; BD = 3$$

A – O – C; B – D – O  
O: centro de la base del cono

10) ¿Cuál segmento representa la altura del cono?

- A)  $\overline{AB}$
- B)  $\overline{BC}$
- C)  $\overline{BO}$
- D)  $\overline{AC}$

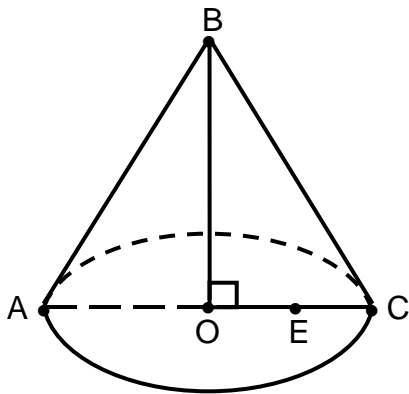
11) Si se corta este cono con un plano que contiene a O y es paralelo a la generatriz del cono, entonces, la sección que resulta de dicha intersección corresponde a una

- A) elipse.
- B) parábola.
- C) hipérbola.
- D) circunferencia.

12) Si se corta este cono con un plano que, contiene a D y es paralelo a su base, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana que resulta de dicha intersección?

- A)  $\pi$
- B)  $2\pi$
- C)  $3\pi$
- D)  $4\pi$

Con base en la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 13, 14 y 15:



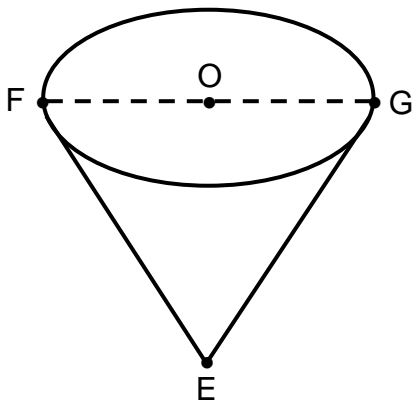
$$BO = 12; AO = 4$$

A – O – C; O – E – C  
O: centro de la base del cono

- 13) ¿Con cuál segmento podemos representar un radio de la base del cono?
- A)  $\overline{AC}$   
 B)  $\overline{BO}$   
 C)  $\overline{OC}$   
 D)  $\overline{OE}$
- 14) Si se corta este cono con un plano que contiene a E y es perpendicular al plano que contiene la base de este cono, entonces, la sección que resulta de dicha intersección corresponde a una
- A) elipse.  
 B) parábola.  
 C) hipérbola.  
 D) circunferencia.
- 15) Si se corta este cono con un plano paralelo a su base, la sección plana así obtenida tiene un radio de 3, entonces, ¿cuál es el área determinada por la sección plana que resulta de dicha intersección?
- A)  $6\pi$   
 B)  $9\pi$   
 C)  $12\pi$   
 D)  $36\pi$

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 16 y 17:

La siguiente figura ilustra un vaso de papel con forma de cono circular recto:

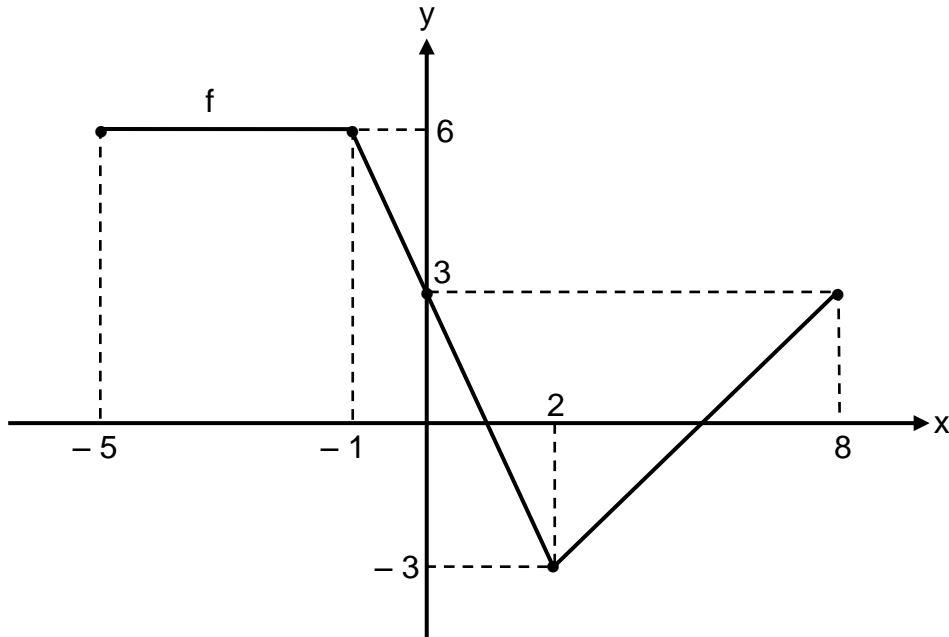


$$FG = 8; OE = 10$$

F – O – G  
O: centro de la circunferencia

- 16) ¿Cuál es el punto que representa al vértice del cono?
- A) E
  - B) F
  - C) G
  - D) O
- 17) Si se corta el cono obteniendo un vaso siempre con forma de cono circular recto, pero con tan solo 5 de altura, entonces, ¿cuál sería la longitud del diámetro de la base del nuevo vaso?
- A) 4
  - B) 5
  - C) 8
  - D) 10

18) Considere la siguiente gráfica referida a la función  $f$ :



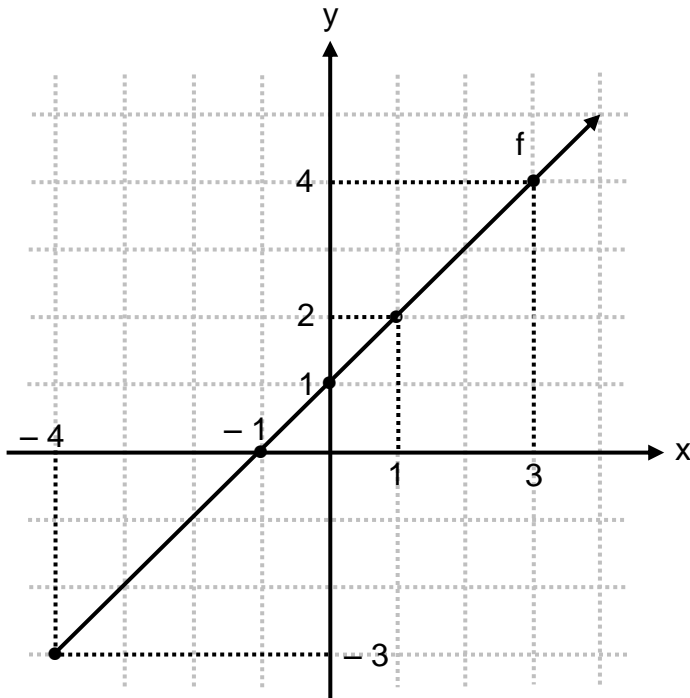
Considere las siguientes proposiciones:

- I. Un intervalo del dominio de  $f$ , para el cual  $f$  posee inversa corresponde a  $[-5, -1]$ .
- II. Un intervalo del dominio de  $f$ , para el cual  $f$  posee inversa corresponde a  $[2, 8]$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Considere la siguiente información, para responder las preguntas 19 y 20:



19) La intersección con el eje "x" de la gráfica de la inversa de  $f$  corresponde a

- A)  $(1, 0)$
- B)  $(0, 1)$
- C)  $(-1, 0)$
- D)  $(0, -1)$

20) Considere las siguientes proposiciones:

- I. El punto  $(4, 3)$  pertenece al gráfico de la inversa de  $f$ .
- II. El dominio de la inversa de  $f$  corresponde al intervalo  $[-3, +\infty[$ .

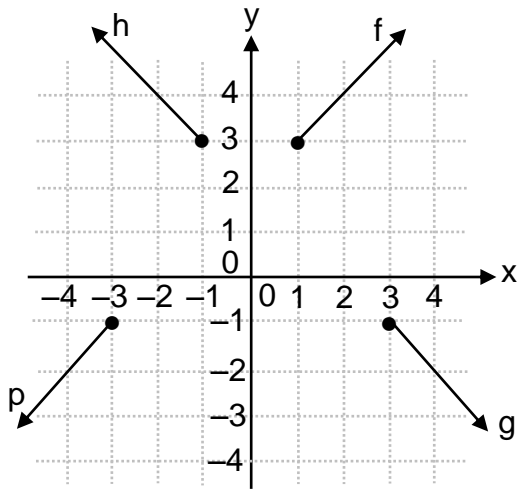
De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

21) El criterio de  $f$  es  $f(x) = x + 1$ , entonces la función inversa de  $f$ , corresponde a

- A)  $r(x) = x + 1$
- B)  $g(x) = x - 1$
- C)  $s(x) = -x - 1$
- D)  $p(x) = -x + 1$

22) Considere la representación gráfica de las funciones  $g, h, f, p$ :



La gráfica de una función  $f$  y la gráfica de su inversa, corresponde a

- A)  $g$  y  $f$
- B)  $p$  y  $h$
- C)  $h$  y  $g$
- D)  $g$  y  $p$

Considere la siguiente información, para responder las preguntas 23 y 24:

Sea  $h$  una función que posee inversa, tal que,  $h: [2, +\infty[ \rightarrow A$ ; con  $h(x) = \sqrt{x-2} + 5$

23) ¿Cuál es el dominio de la inversa de  $h$ ?

- A)  $[0, +\infty[$
- B)  $[3, +\infty[$
- C)  $[5, +\infty[$
- D)  $[-2, +\infty[$

24) ¿Cuál es el ámbito de la inversa de  $h$ ?

- A)  $] -\infty, 2 ]$
- B)  $[2, +\infty[$
- C)  $] -\infty, 5 ]$
- D)  $[-7, +\infty[$

25) Sea  $f$  una función, tal que,  $f: \mathbb{R} \rightarrow ]0, +\infty[$ ; con  $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ .

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La gráfica de la función  $f$  interseca al eje  $y$ , en el punto  $(0, \frac{4}{5})$ .
- II. El criterio de la función inversa de  $f$  corresponde a  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{4}{5}}(x)$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Considere la siguiente representación tabular de una función exponencial  $f$  de la forma  $f(x) = a^x$ , para responder las preguntas 26 y 27:

x	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	k	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

26) Considere las siguiente proposiciones:

- I. La imagen de 2 en  $f$  es 1.
- II. La gráfica de  $f$  es creciente.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

27) Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

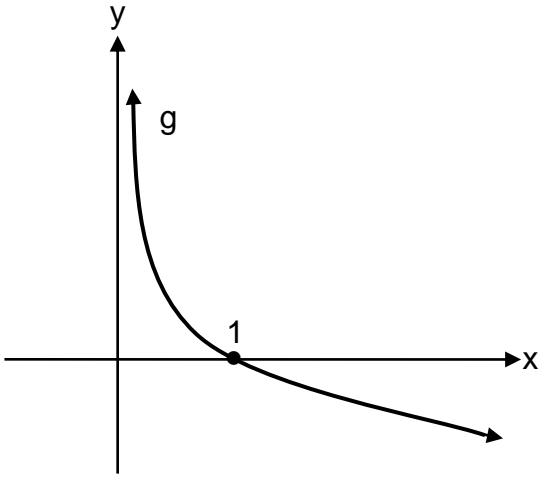
- I. La gráfica de la función de  $f$  no interseca al eje de las ordenadas (eje  $y$ ).
- II. La imagen de  $-3$ , identificada con  $k$ , corresponde a un número mayor que 1.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.



Considere la siguiente gráfica de una función logarítmica  $g$  de la forma  $g(x) = \log_a(x)$ , para responder las preguntas 28 y 29:



28) Considere las siguientes proposiciones:

- I.  $a > 1$
- II. La gráfica de  $g$  es asíntota al eje  $y$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

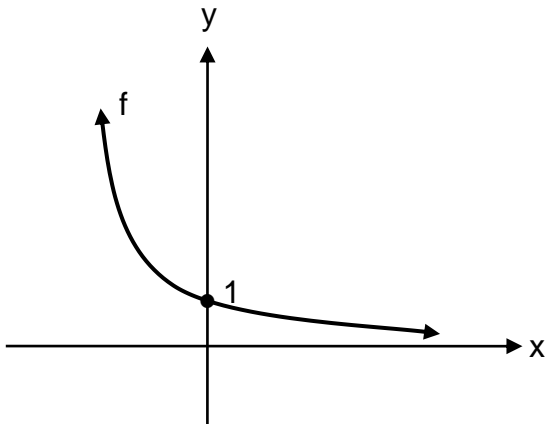
29) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La inversa de la función  $g$  es una función creciente.
- II. La inversa de la función  $g$  no interseca al eje de las abscisas (eje  $x$ ).

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

Considere la siguiente gráfica de una función exponencial  $f$  de la forma  $f(x) = a^x$ , para responder las preguntas 30 y 31:



30) Considere las siguientes proposiciones:

- I.  $0 < a < 1$
- II.  $f(-1) > 1$

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

31) El ámbito de  $f$  corresponde a

- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $]0, 1[$
- C)  $]0, +\infty[$
- D)  $]1, +\infty[$

Considere la siguiente información, para responder las preguntas 32 y 33:

El crecimiento poblacional de un país, está modelado por  $p(t) = 5 \cdot (1,2)^t$ , donde  $t$  es la cantidad de años a partir del año 2016 y  $p$  es la cantidad de habitantes en millones.

32) La población (en millones) de ese país al momento de establecer el modelo (año 2016), corresponde a

- A) 1,2
- B) 2,0
- C) 5,0
- D) 6,0

33) ¿Cuántos millones de habitantes tendrá ese país en el 2021?

- A) 12,44
- B) 14,93
- C) 30,00
- D) 32,93

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 34 y 35:

La siguiente tabla muestra la población “n(t)” (modelo exponencial), en millones, de cierto tipo de bacteria a las “t” horas de iniciada la observación:

t	0	1	2	3	4	5
n(t)	1	2	4	8	16	32

34) ¿Cuál es el modelo matemático que se adapta mejor al contexto dado?

A)  $n(t) = 2^t$

B)  $n(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^t$

C)  $n(t) = 2(2)^t$

D)  $n(t) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^t$

35) Considere las siguientes proposiciones:

- I. La observación inició con una población de un millón de esas bacterias.
- II. Al cabo de 4 horas se tenía una población de 2 millones de esas bacterias.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

- 36) Analice la información que se muestra en las siguientes tablas denominadas, tabla A y tabla B:

Tabla A

x	1	2	3	4	5	6	7
z	45	65	85	105	125	145	165

Tabla B

x	1	2	3	4	5	6	7
z	5	20	45	80	125	180	245

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El modelo que mejor se adapta, a la relación establecida entre las variables “x” y “z”, en la tabla A corresponde a una función cuadrática.
- II. El modelo que mejor se adapta, a la relación establecida entre las variables “x” y “z”, en la Tabla B corresponde a una función lineal.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 37) Al simplificar la expresión  $2\log_a(x) + \log_a(z)$  se obtiene

- A)  $\log_a(x \cdot z)^2$
- B)  $\log_a(x^2 \cdot z)$
- C)  $2\log_a(x \cdot z)$
- D)  $\log_a(2 \cdot x \cdot z)$

38) La expresión  $\frac{\log_a(x)}{3}$  es equivalente a

A)  $\log_a(\sqrt[3]{x})$

B)  $\log_a(3x)$

C)  $\log_a(x)^3$

D)  $\log_a\left(\frac{x}{3}\right)$

39) Considere la siguiente información referente al gas conocido como Argón 39, el cual cambia a otra sustancia por desintegración radiactiva. El proceso de desintegración de cierta cantidad inicial (en mg) de ese gas, desde un tiempo cero, está modelado por:

$A(t) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{4}}$  donde "t" representa el tiempo en minutos y A(t) la cantidad presente (en mg) de Argón 39.

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. En el tiempo cero se sabe que hay exactamente 128 mg de Argón 39.
- II. Si transcurren exactamente 24 minutos desde el tiempo cero, entonces quedan 4 mg de Argón 39.

De ellas son verdaderas

A) ambas.

B) ninguna.

C) solo la I.

D) solo la II.

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 40 y 41:

Isabel pertenece a un equipo de atletismo y participa en la categoría Juvenil B. Entre todas las atletas de su categoría el recorrido de los datos correspondientes a sus masas es de 22 kg y el recorrido intercuartílico, de los datos correspondientes a sus masas es de 6 kg.

40) Si la atleta con menor masa tiene una masa de 33 kg, entonces, ¿cuál es la mayor masa en kilogramos, que pueden tener una o varias atletas del equipo que participa en Juvenil B?

- A) 28
- B) 39
- C) 55
- D) 61

41) Con base en el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Si el I cuartil es de 40 kg, entonces el III cuartil es de 52 kg.
- II. Existen al menos dos atletas cuya diferencia de masas es de 28 kg.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.



Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 42 y 43:

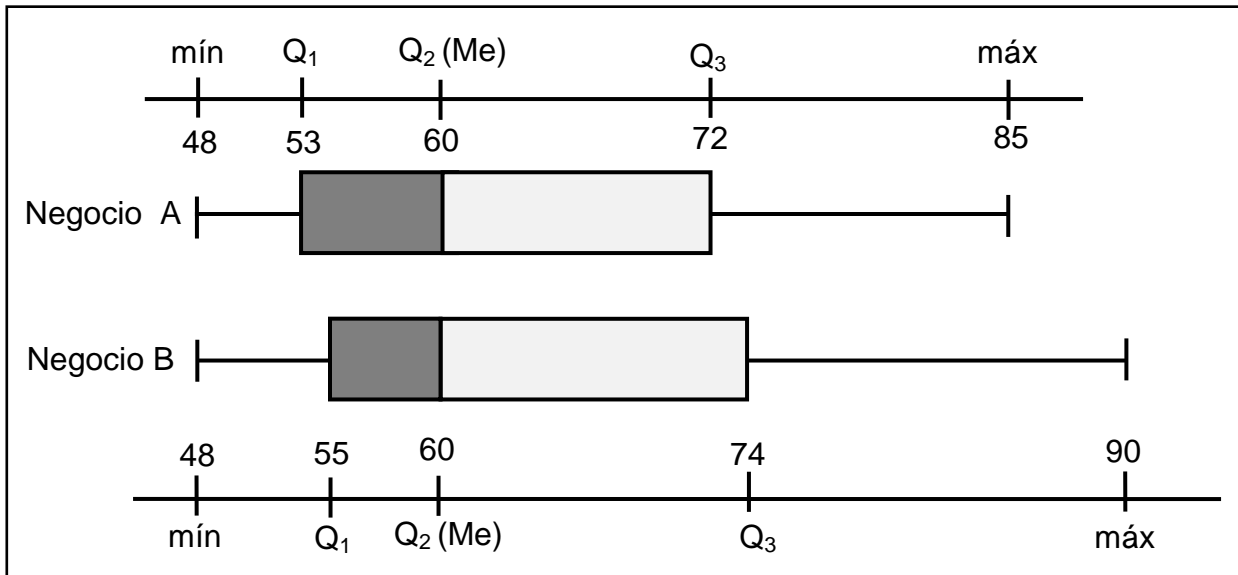
En la siguiente tabla se muestran las doce mejores calificaciones en la escala 1 a 100 de una prueba de matemática de los grupos quinto A y quinto B de una escuela de Cartago:

Quinto A	82	85	85	85	88	88	88	90	94	94	96	98
Quinto B	80	80	76	78	80	85	87	89	89	94	96	96

- 42) Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:
- I. El recorrido de las calificaciones del quinto B es de 16 puntos.
  - II. El recorrido de las calificaciones de los dos quintos corresponde a una misma cantidad de puntos.
- De ellas son verdaderas
- A) ambas.
  - B) ninguna.
  - C) solo la I.
  - D) solo la II.
- 43) El recorrido intercuartílico de los datos sobre las doce calificaciones del Quinto A corresponde a la cantidad de puntos
- A) 3
  - B) 6
  - C) 9
  - D) 16

Considere la siguiente información, referida a la distribución de la cantidad de personas atendidas por día en dos negocios denominados A y B, para responder las preguntas 44 y 45:

Cantidad de personas atendidas por día, en los primeros veinte días de un mes, en cada negocio



44) Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. En el negocio A la menor cantidad de personas atendidas, por día, fue la misma, que la menor cantidad de personas atendidas, por día, en el negocio B.
- II. En los dos negocios, durante diez días la cantidad de personas atendidas, por día, fue mayor o igual que 60.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

45) Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. El recorrido intercuartílico de los datos correspondientes al negocio B, es mayor que el recorrido intercuartílico de los datos del negocio A.
- II. Al menos, en uno de esos veinte días, la cantidad de personas atendidas en el negocio B fue de 90 personas.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

46) Considere el siguiente contexto:

En Costa Rica desde hace 25 años se realiza la olimpiada matemática costarricense para la educación primaria denominada OMCEP. Tres hermanos han llegado a la final en diferentes años. Las estadísticas del grupo y los puntajes particulares obtenidos por ellos para clasificar, se muestran en la siguiente tabla:

Año	Nombre	Puntaje obtenido	Promedio de grupo	Desviación estándar del grupo
2006	José	66,7	35,77	13,45
2008	Felipe	75,7	41,17	16,93
2009	Catalina	87,5	44,23	20,32

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. Catalina fue la que obtuvo la mejor posición relativa de los tres.
- II. José obtuvo una mejor posición relativa que la ocupada por Felipe.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 47) La siguiente tabla muestra un resumen estadístico del precio de venta de tres artículos denominados A, B y C, luego de consultar sus precios de venta en treinta negocios de suministros para oficinas del país:

Artículo	Precio promedio de venta	Desviación estándar
A	57 225	1635
B	3 250	98
C	175	5

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Si se consideran los precios referentes a los tres artículos, entonces, los precios referentes al artículo B son los que presentan mayor variabilidad relativa.
- II. Los precios referentes al artículo A, presentan mayor variabilidad relativa, que los precios referentes al artículo C.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 48) Considere la información referente a la cantidad de saltos de cuerda que da un atleta, en dos jornadas de entrenamiento diferente: una en la mañana y otra en la tarde (en cada jornada realiza 12 intentos). En la siguiente tabla se muestra un resumen de lo logrado por el atleta:

Jornada del entrenamiento	Cantidad de saltos					
	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Promedio
En la mañana	55	63	66	68	75	65,25
En la tarde	59	60	66	70	71	65,25

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

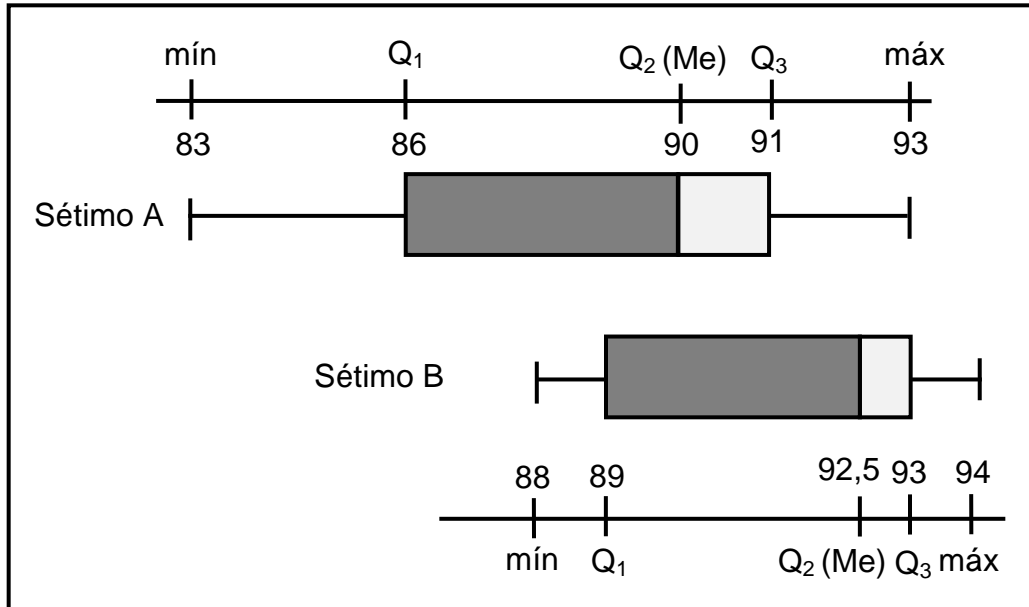
- I. Si se considera el 50% de los datos centrales en ambas jornadas de entrenamiento, entonces son más variables los de la jornada de la mañana.
- II. Si se considera el recorrido de los datos, en cada una de las jornadas de entrenamiento, entonces la cantidad de saltos, fue más variable en la jornada de la tarde que en la jornada de la mañana.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 49) Considere la siguiente información referida a las notas obtenidas por los estudiantes de dos séptimos años (grupos con igual cantidad de discentes), en la misma prueba de matemáticas aplicada por el profesor Flores:

Calificaciones obtenidas, en la prueba de matemáticas, por los estudiantes de séptimo año del profesor Flores



Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. En el séptimo A las calificaciones fueron más variables que en el séptimo B.
- II. Si se consideran las calificaciones que están entre el primer cuartil y el tercer cuartil, en ambas distribuciones, entonces son más variables las del séptimo B que las del séptimo A.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

- 50) Considere la información referente a la circunferencia de la cabeza de las bebés, de dos meses de edad, reportadas por tres clínicas de San José (cada clínica reportó los datos de una muestra de 50 niñas). El resumen de esta información se muestra en la siguiente tabla:

Circunferencia de la cabeza, en centímetros, de niñas de dos meses					
Clínica	Mínimo	Máximo	Promedio	Mediana	Desviación estándar
Carit	36,4	43,5	40,05	40,1	1,72
Paulo Freer	36,5	43,6	40,02	40,1	1,82
Santa Rita	36,6	43,7	40,08	40,2	1,65

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La clínica que presenta las medidas de la circunferencia de la cabeza más variables fue la clínica Santa Rita.
- II. En la clínica Carit las medidas de la circunferencia de la cabeza son menos variables que en la clínica Paulo Freer.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

# ANEXOS

**A continuación encontrará:**

- Tabla de Valores de las Funciones Trigonómicas.
- Fórmulas Matemáticas.
- Prueba resuelta con explicaciones.



TABLA DE VALORES DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

GRADOS	SENO	COSENO	TANGENTE	GRADOS	SENO	COSENO	TANGENTE
0	0,0000	1,0000	0,0000	46	0,7193	0,6947	1,0355
1	0,0175	0,9998	0,0175	47	0,7314	0,6820	1,0724
2	0,0349	0,9994	0,0349	48	0,7431	0,6691	1,1106
3	0,0523	0,9986	0,0524	49	0,7547	0,6561	1,1504
4	0,0698	0,9976	0,0699	50	0,7660	0,6428	1,1918
5	0,0872	0,9962	0,0875	51	0,7771	0,6293	1,2349
6	0,1045	0,9945	0,1051	52	0,7880	0,6157	1,2799
7	0,1219	0,9925	0,1228	53	0,7986	0,6018	1,3270
8	0,1392	0,9903	0,1405	54	0,8090	0,5878	1,3764
9	0,1564	0,9877	0,1584	55	0,8192	0,5736	1,4281
10	0,1736	0,9848	0,1763	56	0,8290	0,5592	1,4826
11	0,1908	0,9816	0,1944	57	0,8387	0,5446	1,5399
12	0,2079	0,9781	0,2126	58	0,8480	0,5299	1,6003
13	0,2250	0,9744	0,2309	59	0,8572	0,5150	1,6643
14	0,2419	0,9703	0,2493	60	0,8660	0,5000	1,7321
15	0,2588	0,9659	0,2679	61	0,8746	0,4848	1,8040
16	0,2756	0,9613	0,2867	62	0,8829	0,4695	1,8807
17	0,2924	0,9563	0,3057	63	0,8910	0,4540	1,9626
18	0,3090	0,9511	0,3249	64	0,8988	0,4384	2,0503
19	0,3256	0,9455	0,3443	65	0,9063	0,4226	2,1445
20	0,3420	0,9397	0,3640	66	0,9135	0,4067	2,2460
21	0,3584	0,9336	0,3839	67	0,9205	0,3907	2,3559
22	0,3746	0,9272	0,4040	68	0,9272	0,3746	2,4751
23	0,3907	0,9205	0,4245	69	0,9336	0,3584	2,6051
24	0,4067	0,9135	0,4452	70	0,9397	0,3420	2,7475
25	0,4226	0,9063	0,4663	71	0,9455	0,3256	2,9042
26	0,4384	0,8988	0,4877	72	0,9511	0,3090	3,0777
27	0,4540	0,8910	0,5095	73	0,9563	0,2924	3,2709
28	0,4695	0,8829	0,5317	74	0,9613	0,2756	3,4874
29	0,4848	0,8746	0,5543	75	0,9659	0,2588	3,7321
30	0,5000	0,8660	0,5774	76	0,9703	0,2419	4,0108
31	0,5150	0,8572	0,6009	77	0,9744	0,2250	4,3315
32	0,5299	0,8480	0,6249	78	0,9781	0,2079	4,7046
33	0,5446	0,8387	0,6494	79	0,9816	0,1908	5,1446
34	0,5592	0,8290	0,6745	80	0,9848	0,1736	5,6713
35	0,5736	0,8192	0,7002	81	0,9877	0,1564	6,3138
36	0,5878	0,8090	0,7265	82	0,9903	0,1392	7,1154
37	0,6018	0,7986	0,7536	83	0,9925	0,1219	8,1443
38	0,6157	0,7880	0,7813	84	0,9945	0,1045	9,5144
39	0,6293	0,7771	0,8098	85	0,9962	0,0872	11,4301
40	0,6428	0,7660	0,8391	86	0,9976	0,0698	14,3007
41	0,6561	0,7547	0,8693	87	0,9986	0,0523	19,0811
42	0,6691	0,7431	0,9004	88	0,9994	0,0349	28,6363
43	0,6820	0,7314	0,9325	89	0,9998	0,0175	57,2900
44	0,6947	0,7193	0,9657	90	1,0000	0,0000	-----
45	0,7071	0,7071	1,0000				

SÍMBOLOS			
	es paralela a	$\leftrightarrow$	recta que contiene los puntos A y B
⊥	es perpendicular a	$\rightarrow$	rayo de origen A y que contiene el punto B
∠	ángulo	$\overline{AB}$	segmento de extremos A y B
Δ	triángulo o discriminante	AB	medida del segmento $\overline{AB}$
~	es semejante a	≅	es congruente con
∀	para todo	⇒	implica que
□	cuadrilátero	$\widehat{AB}$	arco (menor) de extremos A y B
A – E – C	el punto E está entre A y C (los puntos A, E y C son colineales)	$\widehat{ABC}$	arco (mayor) de extremos A y C y que contiene el punto B
		A <sup>c</sup>	Complemento del conjunto A

FÓRMULAS	
Fórmula de Herón (s : semiperímetro, a, b y c son las medidas de los lados del triángulo)	$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
Probabilidad de la unión (eventos A y B)	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
Probabilidad para eventos A y B mutuamente excluyentes	$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$
Probabilidad del complemento	$P(A^c) = 1 - P(A)$
Ecuación de la circunferencia con centro en C(a,b) y radio r.	$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$
Distancia "d" entre dos puntos (x <sub>1</sub> , y <sub>1</sub> ), (x <sub>2</sub> , y <sub>2</sub> )	$d((x_1, y_1), (x_2, y_2)) = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
Coefficiente de variación (C <sub>v</sub> )	$C_v = \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$
Posición relativa (P <sub>r</sub> ) de un dato	$P_r = \frac{\text{Dato} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$

Polígonos regulares	
<b>Suma de las medidas de los ángulos internos</b> s: suma de las medidas de los ángulos internos n: número de lados del polígono	$s = 180^\circ(n - 2)$
<b>Medida de un ángulo interno</b> i: ángulo interno n: número de lados del polígono	$m \angle i = \frac{180^\circ(n - 2)}{n}$
<b>Medida del ángulo central</b> n: número de lados del polígono, c: ángulo central	$m \angle c = \frac{360^\circ}{n}$
<b>Medida de un ángulo externo</b> n: número de lados del polígono e: ángulo externo	$m \angle e = \frac{360^\circ}{n}$
<b>Número de diagonales</b> D: número de diagonales n: número de lados del polígono	$D = \frac{n(n - 3)}{2}$
<b>Área</b> P: perímetro, a: apotema	$A = \frac{P \cdot a}{2}$

Simbología	Triángulo equilátero	Cuadrado	Hexágono regular
r radio	$h = \frac{\ell\sqrt{3}}{2}$	$\ell = \frac{d\sqrt{2}}{2}$	$a = \frac{r\sqrt{3}}{2}$
d diagonal			
a apotema	$a = \frac{h}{3}$		
$\ell$ lado			
h altura			

ÁREA DE CUERPOS GEOMÉTRICOS	
Figura	Área total
Cubo	$A_T = 6a^2$
Pirámide	$A_T = A_B + A_L$
Prisma	$A_T = A_B + A_L$
Esfera	$A_T = 4\pi r^2$
Cono (circular recto)	$A_T = \pi r(r + g)$
Cilindro (circular recto)	$A_T = 2\pi r(r + h)$

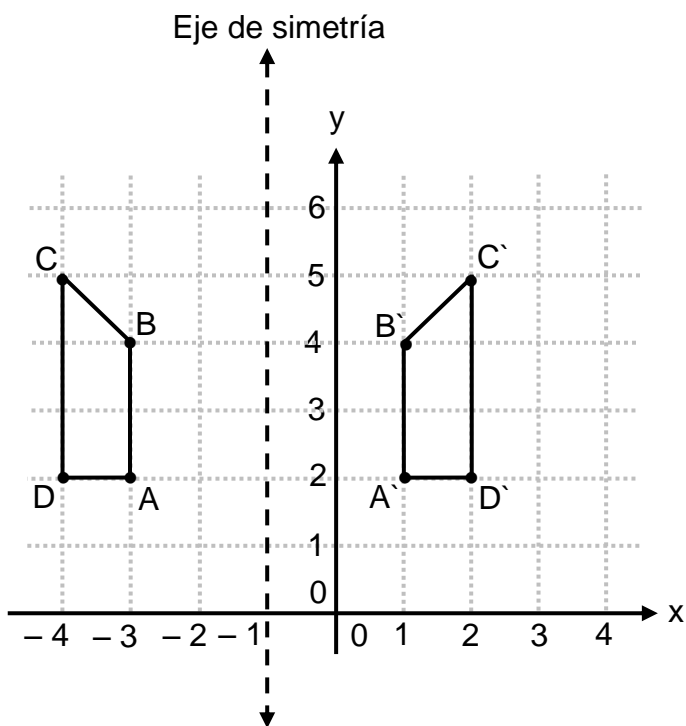
Simbología			
h: altura	a: arista	$A_L$ : área lateral	g: generatriz
$A_b$ : área de la base	r: radio	$A_B$ : área basal	$A_T$ : área total

# PRÁCTICA RESUELTA DE MATEMÁTICAS

Para la prueba N°.2  
Bachillerato a tu medida  
2017

### Ítem #1

Observe las siguientes figuras simétricas con respecto a una recta:



Con base en la información anterior, el eje de simetría de esas figuras corresponde a la recta:

- A)  $x = 0$
- B)  $x = 2$
- C)  $x = -2$
- D)  $x = -1$

### Explicación:

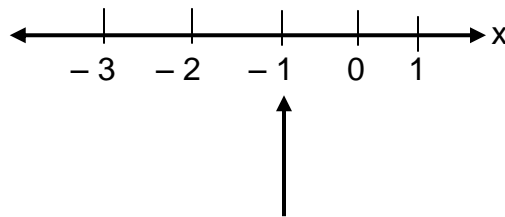
Un eje de simetría de dos figuras corresponde a una línea de referencia imaginaria, tal que, los puntos opuestos por dicho eje son equidistantes entre sí.

En el caso de las figuras dadas para que los puntos homólogos ( $A$  y  $A'$ ,  $B$  y  $B'$ ;  $C$  y  $C'$ ;  $D$  y  $D'$ ) sean equidistantes a un eje, este eje debe corresponder a la recta  $x = -1$

Tomando como referencia los puntos  $A$  y  $A'$ ; estos con respecto uno del otro están a 4 unidades de distancia, por lo que, el eje de simetría estaría ubicado a la mitad de dicha distancia.

En este caso, note que entre  $-3$  y  $1$ , hay 4 unidades, entonces la recta  $x = -1$  es el eje de simetría.

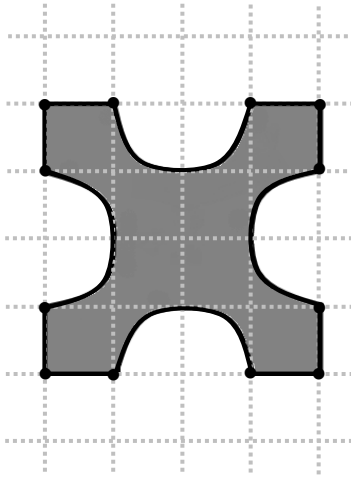
Observe:



**Opción correcta: D**

## Ítem #2

Considere la siguiente figura formada por ocho segmentos congruentes y cuatro semicircunferencias congruentes:



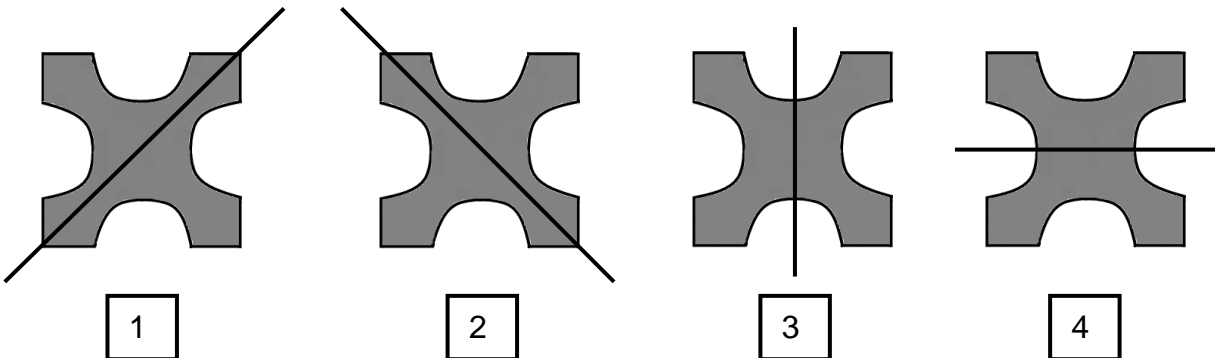
Con base en la información anterior, ¿cuántos ejes de simetría en total se pueden determinar en la figura?

- A) Más de 4
- B) Menos de 2
- C) Exactamente 2
- D) Exactamente 4

### Explicación:

El eje simétrico es la línea o recta que divide a la figura en dos partes simétricas entre sí.

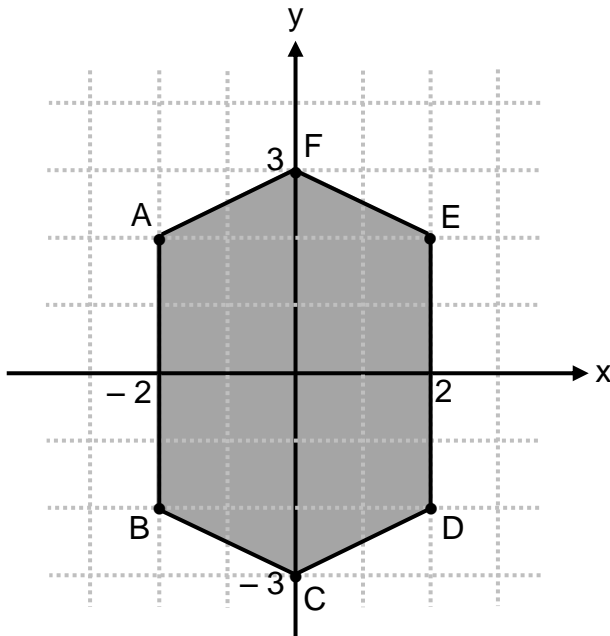
En este caso hay cuatro posibles ejes de simetría:



Opción correcta: D

Con base en la siguiente información conteste las preguntas 3 y 4:

La siguiente figura muestra un hexágono que presenta dos ejes de simetría: el eje de las abscisas (eje x) y el eje de las ordenadas (eje y):



**Ítem #3**

Considere las siguientes proposiciones:

- I. A es homólogo con E con respecto al eje y.
- II. C es homólogo con F con respecto al eje x.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. Con respecto al eje “y”, los puntos homólogos se definen en sentido horizontal.

Note que el punto A y E están a la misma distancia del eje “y”; en sentido opuesto.

- II. Con respecto al eje “x” los puntos homólogos se definen en sentido vertical.

Note que el punto C y F están a la misma distancia del eje “x” y en sentido opuesto.

**Opción correcta: A**



#### Ítem #4

Considere las siguientes proposiciones:

- I. B es homólogo con E con respecto al eje x.
- II.  $\overline{BC}$  es homólogo con  $\overline{CD}$  con respecto al eje y.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

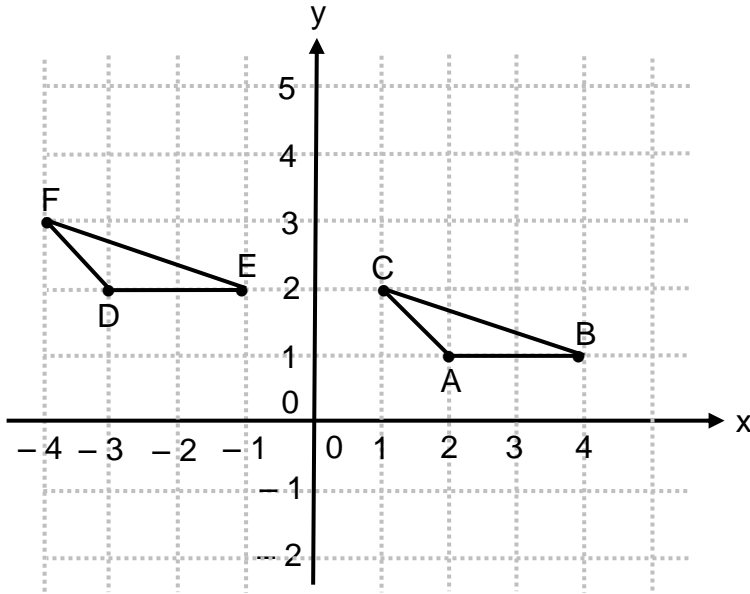
#### Explicación:

- I. Con respecto al eje "x", B no es homólogo a E, con respecto al eje "x" B es homólogo a A.
- II. Es correcta la proposición, debido a que el segmento  $\overline{BC}$  es simétrico a  $\overline{CD}$  con respecto al eje "y" por reflexión.

**Opción correcta: D**

Ítem #5

Considere la siguiente figura, en la que se muestra una transformación geométrica aplicada al triángulo ABC obteniendo el  $\triangle DEF$ :



Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La transformación corresponde a una homotecia centrada en el origen y constante igual que  $-1$ .
- II. La transformación corresponde a una traslación de 5 unidades a la izquierda (paralelo al eje x) y una unidad hacia arriba (paralelo al eje y).

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

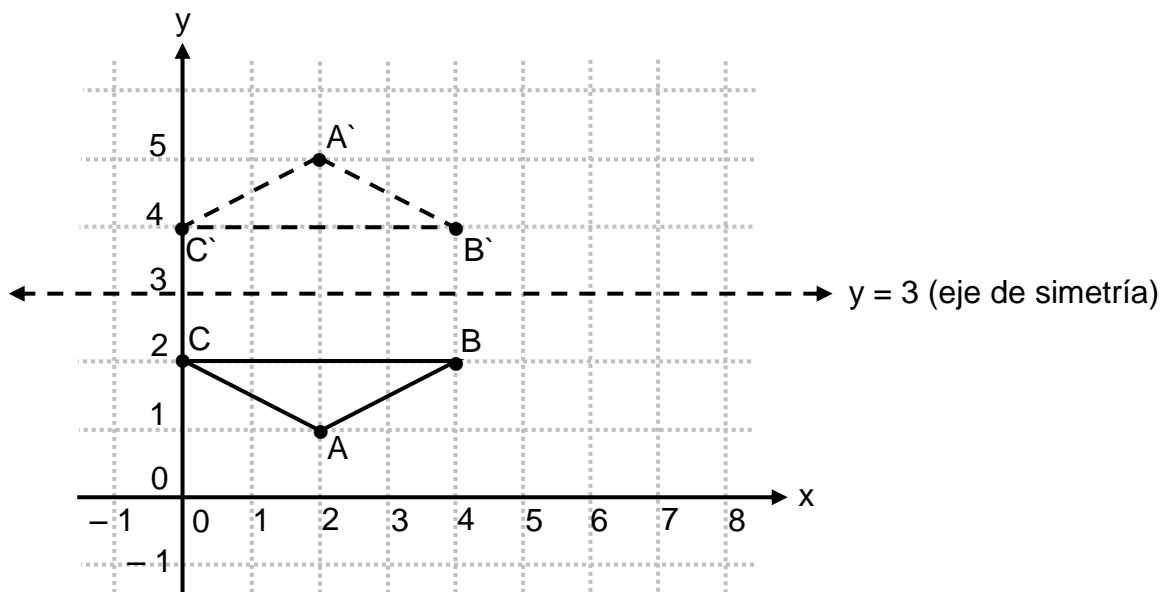
**Explicación:**

- I. Una homotecia centrada en el origen y constante igual que  $-1$ , implica que la figura transformada se ubique en el cuadrante III. Como es visible, esto no sucede.
- II. Si se aplica esta transformación geométrica a cada punto del  $\triangle ABC$  (nos podemos guiar con los tres puntos de los vértices (A, B, C)), desplazariamos los puntos de los vértices, 5 espacios a la izquierda (paralelo a eje x) y un espacio hacia arriba (paralelo al eje y) obtenemos a  $\triangle DEF$ .

Como se nota esta opción es correcta, pues lleva a la ubicación exacta de  $\triangle DEF$

**Opción correcta: D**

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 6, 7 y 8:



### Ítem #6

Si al  $\triangle ABC$  se le aplica una traslación de 2 unidades a la derecha y 1 unidad hacia arriba, entonces la imagen del punto A corresponde a

- A) (0, 0)
- B) (0, 2)
- C) (4, 0)
- D) (4, 2)

### Explicación:

x, y  
↓ ↓

La ubicación original de A es (2, 1). Luego nos dicen que hay que movernos 2 unidades a la derecha (paralelo al eje x) y llegamos hasta 4, luego nos piden desplazarnos una unidad hacia arriba (paralelo al eje y); estábamos en uno y nos movemos uno más, llegando a 2, entonces, el punto que buscamos es (4, 2).

**Opción correcta: D**

### Ítem #7

Si al  $\Delta ABC$  se le aplica una homotecia centrada en el origen de coordenadas y de razón  $K = 2$ , entonces, ¿cuáles son las coordenadas de la imagen del vértice C?

- A) (0, 1)
- B) (0, 4)
- C) (2, 1)
- D) (4, 2)

### Explicación:

El punto C se ubica en (0, 2) y al aplicarle una homotecia al  $\Delta ABC$ , las coordenadas del punto C se multiplican por 2, obteniendo  $C'(2 \cdot 0, 2 \cdot 2)$ , entonces  $C'(0, 4)$ . Note que se multiplica por 2 porque la razón es  $K = 2$  y está centrada en el origen.

**Opción correcta: B**

### Ítem #8

Si al  $\triangle ABC$  se le aplica una reflexión con respecto a la recta  $y = 3$ , entonces, la imagen del punto A corresponde al punto con las coordenadas

- A) (4, 1)
- B) (2, 4)
- C) (5, 1)
- D) (2, 5)

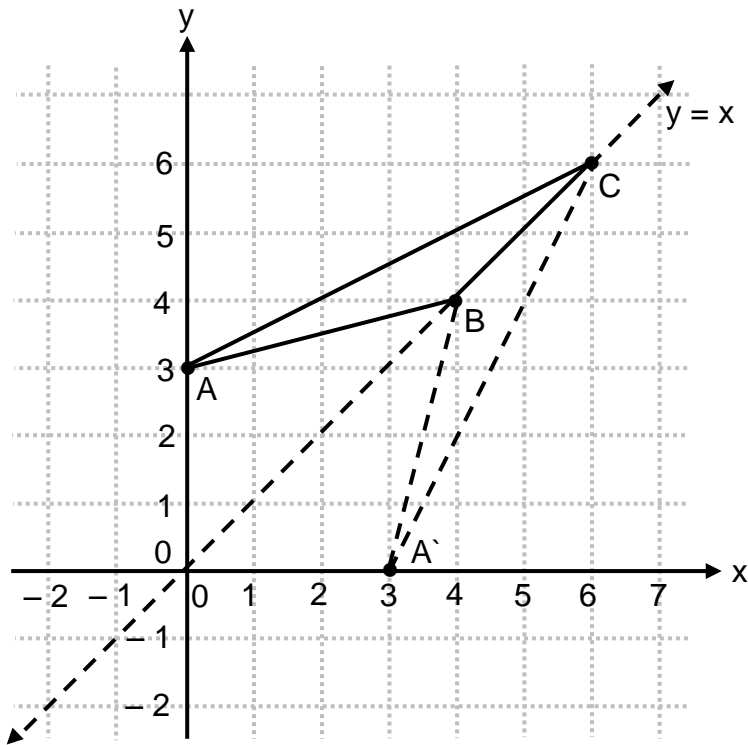
### Explicación:

Observe la figura original y la construcción del  $\triangle A'B'C'$ . Claramente se nota que la imagen de A es  $A'$ ; además  $A'$  tiene coordenadas (2, 5).

**Opción correcta: D**

Ítem #9

Considere la siguiente figura, en la que se presenta el  $\triangle ABC$  y la recta  $y = x$ :



Considere las siguientes proposiciones, referentes a una reflexión que se le aplica al triángulo  $ABC$  con respecto a la recta  $y = x$ :

- I. Las coordenadas de la imagen del vértice  $A$  corresponden al punto  $(3, 0)$ .
- II. El triángulo que se obtiene al aplicar la reflexión tiene el mismo perímetro del triángulo  $ABC$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

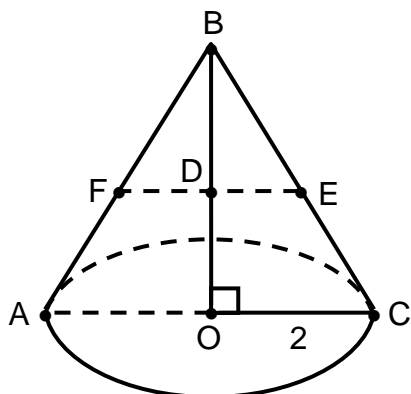
**Explicación:**

- I. Con respecto a la recta  $y = x$ , el punto  $(0, 3)$  denotado por  $A$ , tiene como imagen el punto  $(3, 0)$  denotado por  $A'$ . En general si  $A = (r, s)$ , entonces  $A' = (s, r)$ .
- II. La reflexión de una figura siempre es congruente con la original, por lo tanto, las métricas (perímetro, área, longitudes, ángulos) se mantienen.

**Opción correcta: A**



Con base en la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 10, 11 y 12:



$$BO = 6; BD = 3$$

$A - O - C; B - D - O$   
O: centro de la base del cono

### Ítem #10

¿Cuál segmento representa la altura del cono?

- A)  $\overline{AB}$
- B)  $\overline{BC}$
- C)  $\overline{BO}$
- D)  $\overline{AC}$

### Explicación:

En un cono circular recto, la altura está representada por el segmento que une el vértice (cúspide) con el centro de la base.

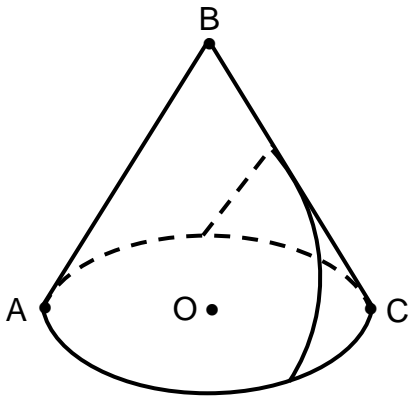
**Opción correcta: C**

### Ítem #11

Si se corta este cono con un plano que contiene a O y es paralelo a la generatriz del cono, entonces, la sección que resulta de dicha intersección corresponde a una

- A) elipse.
- B) parábola.
- C) hipérbola.
- D) circunferencia.

**Explicación:**



Es necesario que usted estudie las condiciones para determinar si estamos en presencia de una elipse, parábola, hipérbola o una circunferencia.

Remítase a la página 402 del programa de estudio (lo puede bajar de Internet).

**Opción correcta: B**

### Ítem #12

Si se corta este cono con un plano que, contiene a D y es paralelo a su base, entonces, ¿cuál es la longitud de la sección plana que resulta de dicha intersección?

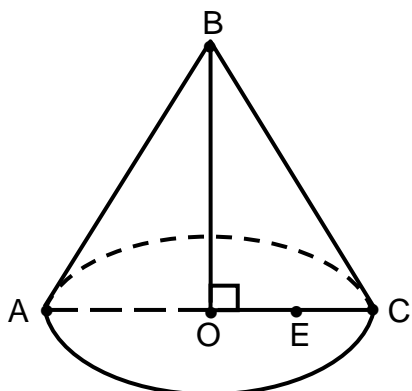
- A)  $\pi$
- B)  $2\pi$
- C)  $3\pi$
- D)  $4\pi$

### Explicación:

Note que D es punto medio de BO (medida de la altura del  $\triangle ABC$ ) por lo tanto  $\overline{FE}$  es paralela media de dicho triángulo, y como  $AC = 4$ , entonces,  $FE = 2$ . Luego queda observar que el radio de la sección plana en cuestión es 1 (la mitad de FE); por eso, la circunferencia que ahí se forma es de longitud  $2\pi$ . (Recuerde la fórmula:  $c = 2\pi r$ ).

**Opción correcta: B**

Con base en la información que se indica en la figura siguiente, referida a un cono circular recto, conteste las preguntas 13, 14 y 15:



$$BO = 12; AO = 4$$

A – O – C; O – E – C  
O: centro de la base del cono

### Ítem #13

¿Con cuál segmento podemos representar un radio de la base del cono?

- A)  $\overline{AC}$
- B)  $\overline{BO}$
- C)  $\overline{OC}$
- D)  $\overline{OE}$

### Explicación:

El radio es el segmento que está dado desde el centro de la circunferencia (base) a cualquier punto de la circunferencia. En la representación dada podemos identificar el radio como:  $\overline{AO}$  y  $\overline{OC}$ .

**Opción correcta: C**

### Ítem #14

Si se corta este cono con un plano que contiene a E y es perpendicular al plano que contiene la base de este cono, entonces, la sección que resulta de dicha intersección corresponde a una

- A) elipse.
- B) parábola.
- C) hipérbola.
- D) circunferencia.

### Explicación:

Se recomienda estudiar la página 402 del programa de estudio (puede bajarlo de Internet).

**Opción correcta: C**

### Ítem #15

Si se corta este cono con un plano paralelo a su base, la sección plana así obtenida tiene un radio de 3, entonces, ¿cuál es el área determinada por la sección plana que resulta de dicha intersección?

- A)  $6\pi$
- B)  $9\pi$
- C)  $12\pi$
- D)  $36\pi$

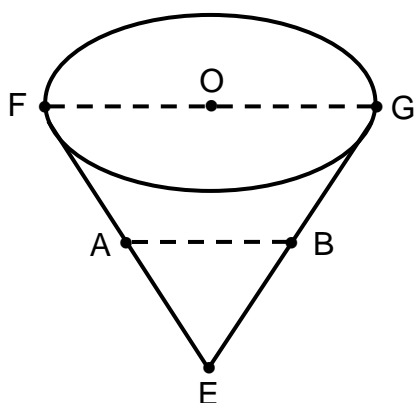
### Explicación:

En el interior de la sección plana se inscribe un círculo. El área del círculo está dado por  $A = r^2 \pi$ , entonces  $A = 3^2 \pi = 9 \pi$ .

**Opción correcta: B**

Con base en la siguiente información, conteste las preguntas 16 y 17:

La siguiente figura ilustra un vaso de papel con forma de cono circular recto:



$$FG = 8; OE = 10$$

F – O – G  
O: centro de la circunferencia

### Ítem #16

¿Cuál es el punto que representa al vértice del cono?

- A) E
- B) F
- C) G
- D) O

### Explicación:

El vértice o cúspide del cono es el punto donde concurren las generatrices, en este caso, es el punto E.

Además note que cuando se habla de generatriz se hace referencia a segmentos como  $\overline{FE}$  y  $\overline{EG}$ , pero no son los únicos, hay infinita cantidad.

**Opción correcta: A**

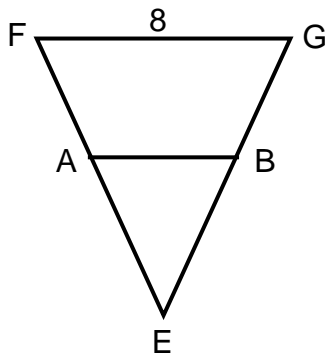
### Ítem #17

Si se corta el cono obteniendo un vaso siempre con forma de cono circular recto, pero con tan solo 5 de altura, entonces, ¿cuál sería la longitud del diámetro de la base del nuevo vaso?

- A) 4
- B) 5
- C) 8
- D) 10

### Explicación:

Si el nuevo vaso tiene una altura, que es la mitad del vaso original, entonces, se aplica el concepto de la paralela media para el  $\triangle FGE$ . Observe:



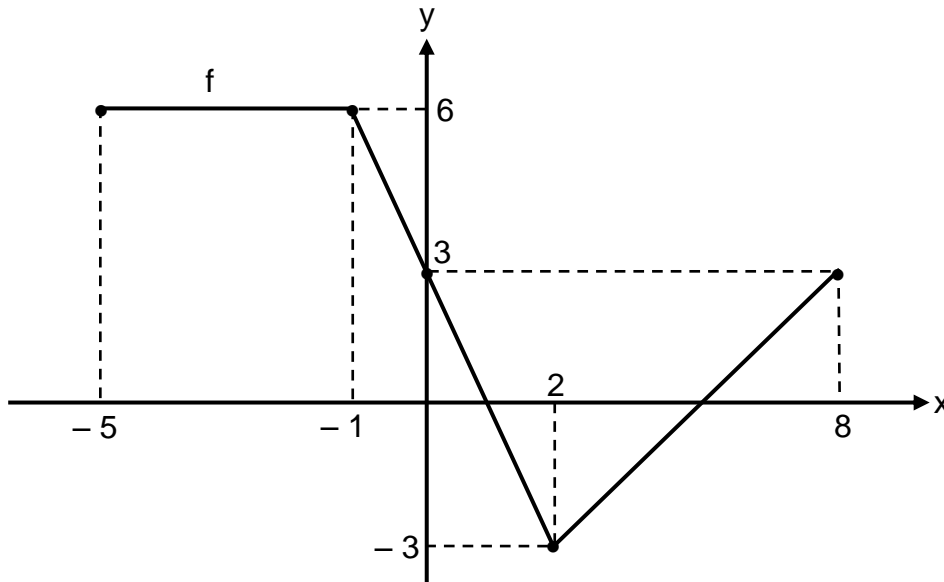
Como  $FG = 8$  y  $AB$  es paralela media, entonces,  $AB = 4$ . (Esto equivale a la medida del diámetro del nuevo vaso).

**Opción correcta: A**



### Ítem #18

Considere la siguiente gráfica referida a la función  $f$ :



Considere las siguientes proposiciones:

- I. Un intervalo del dominio de  $f$ , para el cual  $f$  posee inversa corresponde a  $[-5, -1]$ .
- II. Un intervalo del dominio de  $f$ , para el cual  $f$  posee inversa corresponde a  $[2, 8]$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

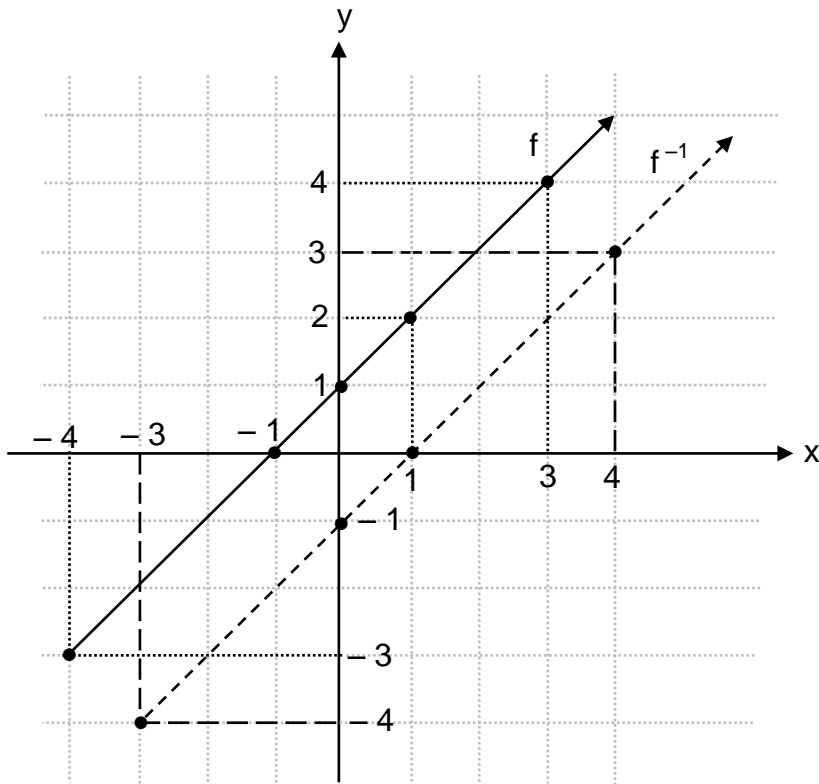
#### Explicación:

Determinar intervalos de  $f$  donde  $f$  será invertible es muy fácil, si manejamos los conceptos de estrictamente creciente o estrictamente decreciente.

Note que: I. En el intervalo  $[-5, -1]$  la función es constante y que en II. El intervalo  $[2, 8]$ , la función es estrictamente creciente. Por ello, la proposición II es verdadera, mientras que la I es falsa.

**Opción correcta: D**

Considere la siguiente información, para responder las preguntas 19 y 20:



**Ítem #19**

La intersección con el eje “x” de la gráfica de la inversa de  $f$  corresponde a

- A)  $(1, 0)$
- B)  $(0, 1)$
- C)  $(-1, 0)$
- D)  $(0, -1)$

**Explicación:**

Note que la intersección de  $f$  con “ $y$ ” es  $(0, 1)$ , por lo tanto, la inversa de  $f$  interseca a “ $x$ ” en  $(1, 0)$ . Observe la gráfica punteada, representa la inversa de  $f$  (denotada como  $f^{-1}$ ).

**Opción correcta: A**

## Ítem #20

Considere las siguientes proposiciones:

- I. El punto  $(4, 3)$  pertenece al gráfico de la inversa de  $f$ .
- II. El dominio de la inversa de  $f$  corresponde al intervalo  $[-3, +\infty[$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Note que  $(3, 4)$  pertenece al gráfico de  $f$ , por lo tanto  $(4, 3)$  pertenecerá a la inversa de  $f$ .
- II. Como el ámbito de  $f$  es  $[-3, +\infty[$ , entonces el dominio de la inversa de  $f$  es también  $[-3, +\infty[$ , recuerde que el ámbito de una es el dominio de la otra y viceversa.

**Opción correcta: A**

### Ítem #21

El criterio de  $f$  es  $f(x) = x + 1$ , entonces la función inversa de  $f$ , corresponde a

A)  $r(x) = x + 1$

B)  $g(x) = x - 1$

C)  $s(x) = -x - 1$

D)  $p(x) = -x + 1$

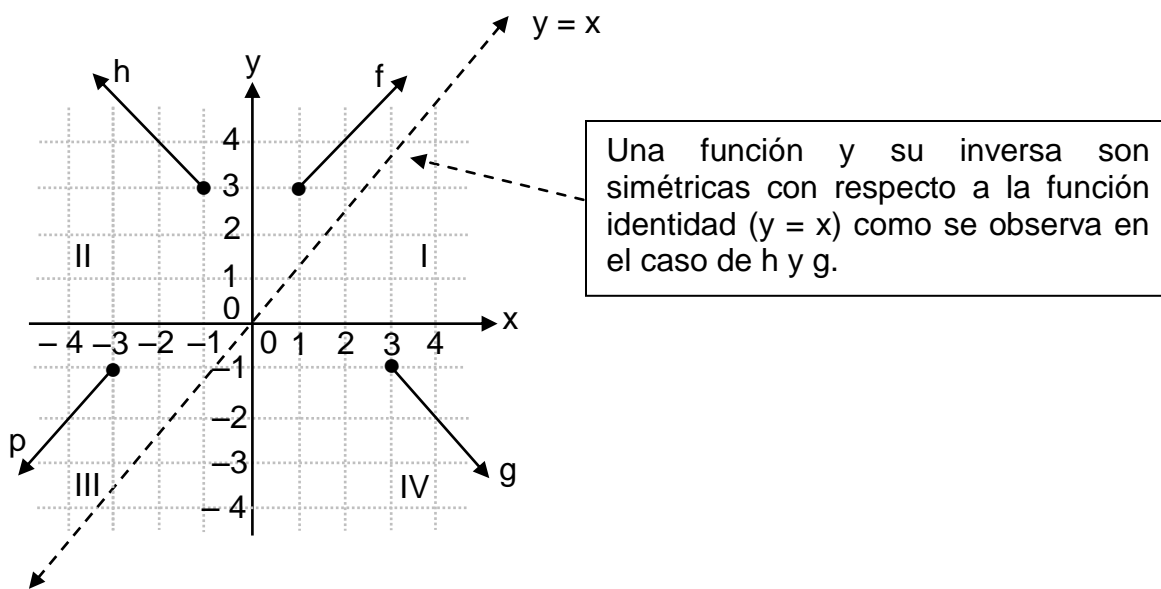
### Explicación:

Una forma de proceder es sustituir “ $f(x)$ ” por “ $x$ ” y “ $x$ ” por “ $y$ ”, luego se despeja “ $y$ ” de esta forma  $f(x) = x + 1$  entonces se obtiene  $x = y + 1$ . Luego despejamos  $x - 1 = y$ , cambiamos “ $y$ ” por “ $f^{-1}(x)$ ” y nos queda  $y = f^{-1}(x) = x - 1$ , en este caso, hemos llamado  $g(x)$  a  $f^{-1}(x)$ , sin que esto suponga una afectación.

**Opción correcta: B**

## Ítem #22

Considere la representación gráfica de las funciones  $g$ ,  $h$ ,  $f$ ,  $p$ :



La gráfica de una función y la gráfica de su inversa, corresponde a

- A)  $g$  y  $f$
- B)  $p$  y  $h$
- C)  $h$  y  $g$
- D)  $g$  y  $p$

### Explicación:

Las funciones  $h$  y  $f$  (cuadrantes II y I) no pueden ser inversas entre sí. Note que, el dominio de  $h$  es  $]-\infty, -1[$  y el ámbito de  $f$  es  $[3, +\infty[$  (el dominio de  $h$  debe ser igual al ámbito de  $f$  y aquí no sucede, ambos conjuntos son diferentes).

Las funciones  $p$  y  $g$  (cuadrantes III y IV) tampoco son inversa entre sí. Note que, el dominio de  $p$  es  $]-\infty, -3[$  y el ámbito de  $g$  es  $]-\infty, -1[$  (el dominio de  $p$  debe ser igual al ámbito de  $g$  y aquí no sucede, ambos conjuntos son diferentes).

Las funciones  $p$  y  $f$  (cuadrantes III y I) no pueden ser inversas entre sí. Note que, el dominio de  $p$  es  $]-\infty, -3[$  y el ámbito de  $f$  es  $[3, +\infty[$  (el dominio de  $p$  debe ser igual al ámbito de  $f$  y aquí no sucede, ambos conjuntos son diferentes).

Note que las funciones  $h$  y  $g$  (cuadrantes II y IV) son inversas entre sí, dado que, el dominio de  $h$  es  $]-\infty, -1[$  y el ámbito de  $g$  es  $]-\infty, -1[$ . Luego el ámbito de  $h$  es  $[3, +\infty[$  y el dominio de  $g$  es  $[3, +\infty[$ .

**Opción correcta: C**

Considere la siguiente información, para responder las preguntas 23 y 24:

Sea  $h$  una función que posee inversa, tal que,  $h: [2, +\infty[ \rightarrow A$ ; con  $h(x) = \sqrt{x-2} + 5$

**Ítem #23**

¿Cuál es el dominio de la inversa de  $h$ ?

- A)  $[0, +\infty[$
- B)  $[3, +\infty[$
- C)  $[5, +\infty[$
- D)  $[-2, +\infty[$

**Explicación:**

El dominio de la inversa de  $h$  es el ámbito de  $h$ , en este caso  $[5, +\infty[$ . Para determinarlo se debe calcular la imagen de 2, es decir  $h(2) = \sqrt{2-2} + 5 = \sqrt{0} + 5 = 5$  y conocer el comportamiento de la función radical.

**Opción correcta: C**

**Ítem #24**

¿Cuál es el ámbito de la inversa de h?

- A)  $] -\infty, 2]$
- B)  $[2, +\infty [$
- C)  $] -\infty, 5]$
- D)  $[-7, +\infty [$

**Explicación:**

El ámbito de la inversa de h es el dominio de h, en este caso  $[2, +\infty [$ .

**Opción correcta: B**

**Ítem #25**

Sea  $f$  una función, tal que,  $f: \mathbb{R} \rightarrow ]0, +\infty[$ ; con  $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$ .

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La gráfica de la función  $f$  interseca al eje  $y$ , en el punto  $(0, \frac{4}{5})$ .
- II. El criterio de la función inversa de  $f$  corresponde a  $f^{-1}(x) = \log_{\frac{4}{5}}(x)$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. Una de las características de la función exponencial es que interseca al eje “ $y$ ” en  $(0,1)$ , por ello, esta proposición es falsa.
- II. La inversa de una función exponencial es una función logarítmica.

Note que:  $y = a^x \Rightarrow y = \log_a x$ . En el caso que estamos analizando sería:

$$f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_{\frac{4}{5}}(x). \text{ La proposición II es verdadera.}$$

**Opción correcta: D**



Considere la siguiente representación tabular de una función exponencial  $f$  de la forma  $f(x) = a^x$ , para responder las preguntas 26 y 27:

x	-3	-2	-1	0	1	2
f(x)	k	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

### Ítem #26

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La imagen de 2 en  $f$  es 1.
- II. La gráfica de  $f$  es creciente.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Note que se pide “la imagen de 2”, es decir si 2 tiene imagen es porque él representa una preimagen; en nuestra tabla es “x”. El 2 de las “x” está asociado con un 4 de  $f(x)$ , por ello, esta proposición es falsa.
- II. Note que como aumentan los valores en “x” también aumentan los valores en  $f(x)$ , por ejemplo  $f(0) = 1$  y  $f(2) = 4$ ;  $2 > 0$  y  $4 > 1$ , por ello,  $f$  es creciente. Proposición correcta.

**Opción correcta: D**

### Ítem #27

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. La gráfica de la función de  $f$  no interseca al eje de las ordenadas (eje  $y$ ).
- II. La imagen de  $-3$ , identificada con  $k$ , corresponde a un número mayor que  $1$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Es con base en la representación tabular, como se tiene que  $f(0) = 1$ , entonces  $f$  interseca al eje “ $y$ ” en  $(0,1)$ . Por lo tanto la proposición es falsa.
- II. Si  $f(x) = a^x$ , entonces  $f(1) = a^1 = a$  y observe en la tabla que para  $x = 1$ ,  $f(x) = 2$ , por lo tanto,  $a = 2$ , es decir  $f(x) = 2^x$ .

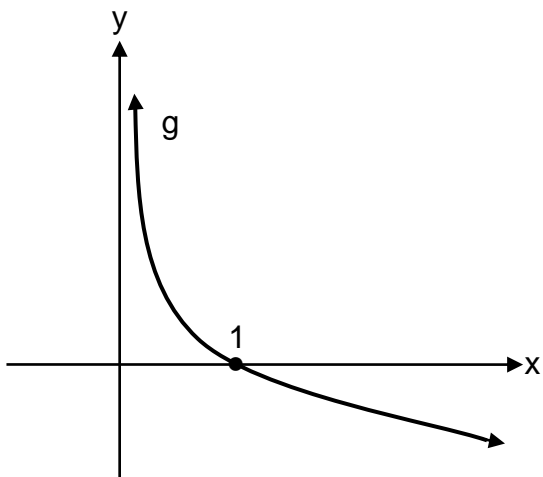
Luego  $f(-3) = 2^{-3} = \frac{1}{8}$ . Esto significa que  $K = \frac{1}{8}$  y como se sabe  $\frac{1}{8} < 1$ .

También lo puede ver de la relación establecida por las imágenes de donde se evidencia que siendo una función exponencial,  $k$  debe ser menor que  $\frac{1}{4}$ , es decir

$k < \frac{1}{4} < 1$ . Por lo tanto la proposición II es falsa.

**Opción correcta: B**

Considere la siguiente gráfica de una función logarítmica  $g$  de la forma  $g(x) = \log_a(x)$ , para responder las preguntas 28 y 29:



**Ítem #28**

Considere las siguientes proposiciones:

- I.  $a > 1$
- II. La gráfica de  $g$  es asintótica al eje  $y$ .

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. La gráfica de  $g$  es decreciente por lo tanto  $a < 1$ . La proposición I es falsa.
- II. Las funciones logarítmicas son asintóticas al eje “ $y$ ”, por lo tanto la proposición II es verdadera.

**Opción correcta: D**

### Ítem #29

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La inversa de la función  $g$  es una función creciente.
- II. La inversa de la función  $g$  no interseca al eje de las abscisas (eje  $x$ ).

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

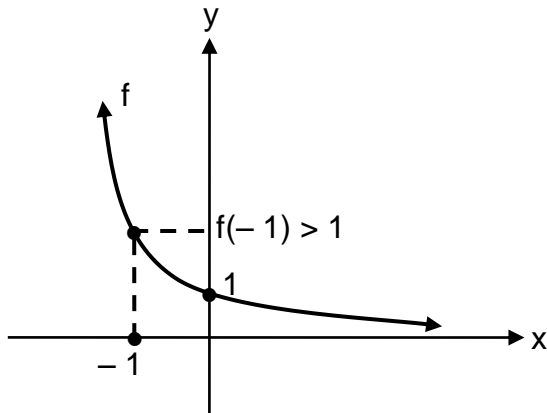
### Explicación:

Una función y su inversa son simétricas con respecto a la función identidad ( $f(x) = x$ ). Además si  $g$  es creciente, entonces su inversa es creciente, igualmente si  $g$  es exponencial su inversa será logarítmica y viceversa.

- I. La inversa de una función logarítmica decreciente, es una función exponencial decreciente, por lo tanto I. Es falsa.
- II. La inversa de  $g$  es una función exponencial (pues  $g$  es logarítmica) y además, es asíntota al eje de las abscisas (eje  $x$ ), por lo tanto II. Es correcta.

**Opción correcta: D**

Considere la siguiente gráfica de una función exponencial  $f$  de la forma  $f(x) = a^x$ , para responder las preguntas 30 y 31:



### Ítem #30

Considere las siguientes proposiciones:

- I.  $0 < a < 1$
- II.  $f(-1) > 1$

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Al ser decreciente la función exponencial, su base es un valor entre 0 y 1 ( $0 < a < 1$ ).
- II. Observe la gráfica y note que efectivamente si  $x = -1$ , entonces  $f(-1) > 1$ .

**Opción correcta: A**

**Ítem #31**

El ámbito de  $f$  corresponde a

- A)  $\mathbb{R}$
- B)  $]0, 1[$
- C)  $]0, +\infty [$
- D)  $]1, +\infty [$

**Explicación:**

El ámbito de  $f$  se localiza a lo largo del eje “ $y$ ” y como la gráfica de  $f$  es siempre asintótica al eje “ $x$ ”, entonces el ámbito de  $f$  es  $]0, +\infty [$ .

**Opción correcta: C**

Considere la siguiente información, para responder las preguntas 32 y 33:

El crecimiento poblacional de un país, está modelado por  $p(t) = 5 \cdot (1,2)^t$ , donde  $t$  es la cantidad de años a partir del año 2016 y  $p$  es la cantidad de habitantes en millones.

**Ítem #32**

La población (en millones) de ese país al momento de establecer el modelo (año 2016), corresponde a

- A) 1,2
- B) 2,0
- C) 5,0
- D) 6,0

**Explicación:**

La población inicial se da cuando han transcurrido “0” años, por lo tanto,  $t = 0$ .

$$p(0) = 5(1,2)^0$$

$$= 5 \cdot 1$$

$$= 5 \text{ (población inicial)}$$

**Opción correcta: C**

### Ítem #33

¿Cuántos millones de habitantes tendrá ese país en el 2021?

- A) 12,44
- B) 14,93
- C) 30,00
- D) 32,93

#### Explicación:

Si  $t = 5$

$$p(5) = 5 \cdot (1,2)^5 = 12,44$$

(Como el estudio inicia en el 2016, ese año se toma como  $t = 0$ , por lo tanto, al 2021 han transcurrido 5 años,  $(2021 - 2016 = 5 = t)$ ; es decir,  $p(5) = 5 (1,2)^5 = 12,44$ ).

**Opción correcta: A**



Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 34 y 35:

La siguiente tabla muestra la población “n(t)” (modelo exponencial), en millones, de cierto tipo de bacterias a las “t” horas de iniciada, la observación:

t	0	1	2	3	4	5
n(t)	1	2	4	8	16	32

**Ítem #34**

¿Cuál es el modelo matemático que se adapta mejor al contexto dado?

A)  $n(t) = 2^t$

B)  $n(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^t$

C)  $n(t) = 2(2)^t$

D)  $n(t) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^t$

**Explicación:**

A usted ya se le dice que tipo de modelo es. Además note que como aumenta “t” (0, 1, 2, 3, 4, 5) también aumenta “n(t)” ( 1, 2, 4, 8, 16, 32) y sus valores se duplican de un valor a otro, por ello,  $n(t) = 2^t$ . Note estas otras 3 tablas:

#1					#2					#3				
x	0	1	2	3	x	0	1	2	3	x	0	1	2	3
f(x)	1	3	9	27	g(x)	1	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{125}$	P(x)	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

La #1 tiene por criterio  $f(x) = 3^x$ ; la #2 es  $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$  y el criterio de la #3 es  $P = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ .

**Opción correcta: A**

### Ítem #35

Considere las siguientes proposiciones:

- I. La observación inició con una población de un millón de esas bacterias.
- II. Al cabo de 4 horas se tenía una población de 2 millones de esas bacterias.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Note que con  $t = 0$ ,  $n(0) = 1$ . Esta proposición es verdadera.
- II. Note que con  $t = 4$ ,  $n(4) = 16$ , por ello, esta proposición es falsa.

**Opción correcta: C**

**Ítem #36**

Analice la información que se muestra en las siguientes tablas denominadas, tabla A y tabla B:

Tabla A

x	1	2	3	4	5	6	7
z	45	65	85	105	125	145	165

Tabla B

x	1	2	3	4	5	6	7
z	5	20	45	80	125	180	245

De acuerdo con la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El modelo que mejor se adapta, a la relación establecida entre las variables “x” y “z”, en la tabla A corresponde a una función cuadrática.
- II. El modelo que mejor se adapta, a la relación establecida entre las variables “x” y “z”, en la Tabla B corresponde a una función lineal.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Observe que al calcular la diferencia entre dos valores consecutivos de “z” en la tabla “A”, se obtiene un valor constante:

x	1	2	3	4	5	6	7
z	45	65	85	105	125	145	165
$\Delta z$	20	20	20	20	20	20	20

Por lo tanto, en la tabla A como se obtiene ese valor constante, en la primera diferencia, entonces la relación corresponde a un modelo lineal.

- II. En el caso de la tabla “B”, se obtiene primero la diferencia de z, es decir ( $\Delta z$ ) y luego se obtiene la diferencia de la diferencia de z, es decir ( $\Delta (\Delta z)$ ).

Observe:

x	1	2	3	4	5	6	7
z	5	20	45	80	125	180	245
$\Delta z$	15	25	35	45	55	65	
$\Delta (\Delta z)$	10	10	10	10	10		

Al realizar la segunda diferencia de z se obtiene la constante, por ello, el modelo es cuadrático.

Note: esta técnica es para modelos polinómicos. No obstante hay otros criterios para exponenciales y logarítmicos, los invitamos a investigarlos.

**Opción correcta: B**

**Ítem #37**

Al simplificar la expresión  $2\log_a(x) + \log_a(z)$  se obtiene

- A)  $\log_a(x \cdot z)^2$
- B)  $\log_a(x^2 \cdot z)$
- C)  $2\log_a(x \cdot z)$
- D)  $\log_a(2 \cdot x \cdot z)$

**Explicación:**

Observe:

$$2 \log_a(x) + \log_a(z)$$

$$= \log_a(x^2) + \log_a(z)$$

$$= \log_a(x^2 \cdot z)$$

**Opción correcta: B**

**Ítem #38**

La expresión  $\frac{\log_a(x)}{3}$  es equivalente a

A)  $\log_a(\sqrt[3]{x})$

B)  $\log_a(3x)$

C)  $\log_a(x)^3$

D)  $\log_a\left(\frac{x}{3}\right)$

**Explicación:**

Observe:  $\frac{\log_a(x)}{3} = \frac{1}{3}\log_a(x) = \log_a(\sqrt[3]{x})$

**Opción correcta: A**

Además estudie las propiedades de los logaritmos:

Notación:  $\log_a = y \Leftrightarrow b^y = x, \forall x \in \mathbb{R}^+ \wedge b \neq 1$ , además considere que  $m > 0$  y  $n > 0$ .

1)  $\log_b 1 = 0$

2)  $\log_b b = 1$

3)  $\log_b(b^n) = n$

4)  $\log_b(x) = \frac{\log_c(x)}{\log_c(b)}$

5)  $\log_b(m \cdot n) = \log_b(m) + \log_b(n)$

6)  $\log_b(m^n) = n \cdot \log_b(m)$

7)  $\log_b(\sqrt[n]{m}) = \frac{\log_b m}{n}$

8)  $\log_b\left(\frac{m}{n}\right) = \log_b(m) - \log_b(n)$

### Ítem #39

Considere la siguiente información referente al gas conocido como Argón 39, el cual cambia a otra sustancia por desintegración radiactiva. El proceso de desintegración de cierta cantidad inicial (en mg) de ese gas, desde un tiempo cero, está modelado por:

$A(t) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{4}}$  donde "t" representa el tiempo en minutos y A(t) la cantidad presente (en mg) de Argón 39.

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. En el tiempo cero se sabe que hay exactamente 128 mg de Argón 39.
- II. Si transcurren exactamente 24 minutos desde el tiempo cero, entonces quedan 4 mg de Argón 39.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

#### Explicación:

- I. Sustituir  $t = 0$ ; luego  $A(0) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{0}{4}}$

$$A(0) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \Rightarrow A(0) = 256(1) \Rightarrow A(0) = 256$$

La proposición I es falsa.

- II. Sustituyendo  $t = 24$  tenemos  $A(24) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{24}{4}} \Rightarrow A(24) = 256 \left(\frac{1}{2}\right)^6$

$$\Rightarrow A(24) = 256 \left(\frac{1^6}{2^6}\right) \Rightarrow A(24) = 256 \left(\frac{1}{64}\right) \Rightarrow A(24) = \frac{256}{64} \Rightarrow A(24) = 4$$

La proposición II es verdadera.

**Opción correcta: D**

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 40 y 41:

Isabel pertenece a un equipo de atletismo y participa en la categoría Juvenil B. Entre todas las atletas de su categoría el recorrido de los datos correspondientes a sus masas es de 22 kg y el recorrido intercuartílico, de los datos correspondientes a sus masas es de 6 kg.

#### Ítem #40

Considere el siguiente contexto para responder las preguntas 40 y 41:

Isabel pertenece a un equipo de atletismo y participa en la categoría Juvenil B. Entre todas las atletas de su categoría el recorrido de los datos correspondientes a sus masas es de 22 kg y el recorrido intercuartílico, de los datos correspondientes a sus masas es de 6 kg.

Si la atleta con menor masa tiene una masa de 33 kg, entonces, ¿cuál es la mayor masa en kilogramos, que pueden tener una o varias atletas del equipo que participa en Juvenil B?

- A) 28
- B) 39
- C) 55
- D) 61

#### Explicación:

Dado que el recorrido es 22 kg y se obtiene a partir de la diferencia del mayor y el menor valor, se tiene que: como la atleta con menor masa es de 33 kg, entonces, la atleta o atletas con mayor masa será  $33 \text{ kg} + 22 \text{ kg} = 55 \text{ kg}$ .

**Opción correcta: C**



### Ítem #41

Con base en el contexto anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Si el I cuartil es de 40 kg, entonces el III cuartil es de 52 kg.
- II. Existen al menos dos atletas cuya diferencia de masas es de 28 kg.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Si el primer cuartil es 40 y el recorrido intercuartílico es 6, entonces, el tercer cuartil se obtiene como  $40 + 6 = 46$ . Por lo tanto, la proposición I es falsa.
- II. El recorrido es 22 kg (diferencia entre el máximo y el mínimo), es decir, la máxima diferencia de masas entre atletas es 22 kg. Por lo tanto, la proposición II es falsa.

**Opción correcta: B**

Considere el siguiente contexto, para responder las preguntas 42 y 43:

En la siguiente tabla se muestran las doce mejores calificaciones, en la escala 1 a 100, de una prueba de matemática de los grupos quinto A y quinto B de una escuela de Cartago (**se ordenaron los datos del quinto B para establecer correctamente los cuartiles**)

	Q <sub>1</sub>			Q <sub>2</sub> (Me)			Q <sub>3</sub>					
Quinto A	82	85	85	85	88	88	88	90	94	94	96	98
Quinto B	<b>76</b>	<b>78</b>	<b>80</b>	<b>80</b>	<b>80</b>	<b>85</b>	<b>87</b>	<b>89</b>	<b>89</b>	<b>94</b>	<b>96</b>	<b>96</b>

#### Ítem #42

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. El recorrido de las calificaciones del quinto B es de 16 puntos.
- II. El recorrido de las calificaciones de los dos quintos corresponde a una misma cantidad de puntos.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

#### Explicación:

- I. El recorrido en el quinto B es la diferencia entre la calificación más altas y la más baja, entonces  $96 - 76 = 20$ . Por lo tanto es falsa.
- II. Mismo procedimiento en el quinto A, esta es  $98 - 82 = 16$ . Por lo tanto es falsa.

**Opción correcta: B**

**Ítem #43**

El recorrido intercuartílico de los datos sobre las doce calificaciones del Quinto A corresponde a la cantidad de puntos

- A) 3
- B) 6
- C) 9
- D) 16

**Explicación:**

El recorrido intercuartílico es la diferencia entre el cuartil 1 y el cuartil 3. Teniendo 12 datos se sabe que cada cuartil está a tres datos de distancia, tal como se muestra en el encabezado del ejercicio. Es decir  $Q_3 - Q_1 = 94 - 85 = 9$ .

Además, una forma de aproximar los cuartiles de los datos del quinto B es

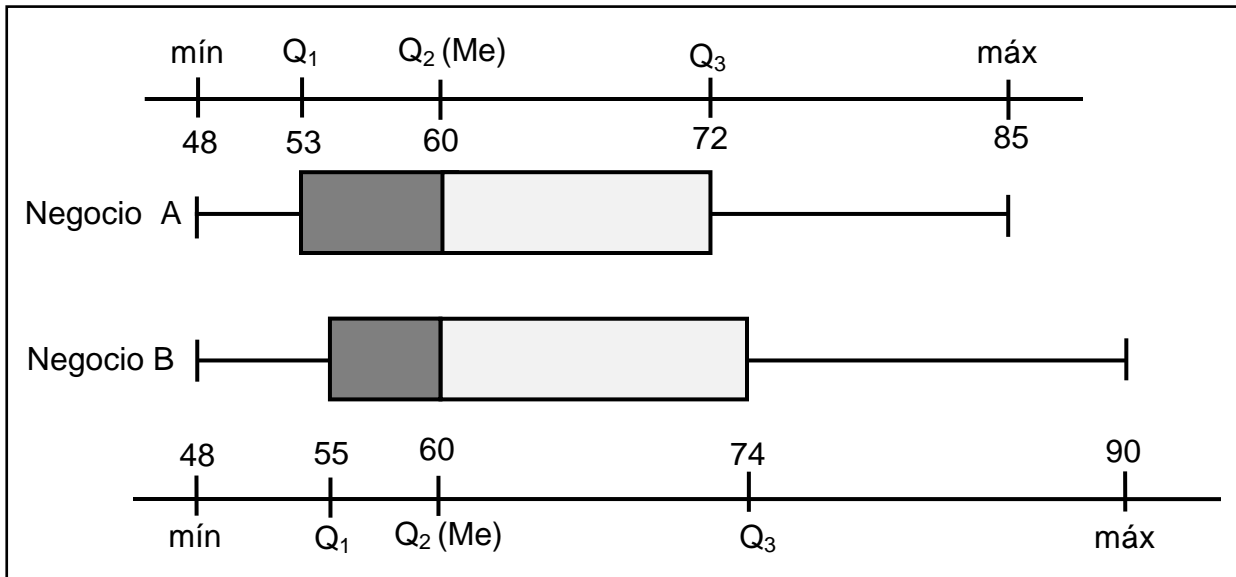
$$Q_1 = (76 + 78) \div 2 \Rightarrow Q_1 = 77; \text{Me}(Q_2) = (85 + 87) \div 2 \Rightarrow Q_2 = 86;$$

$$Q_3 = (89 + 94) \div 2 \Rightarrow Q_3 = 91,50$$

**Opción correcta: C**

Considere la siguiente información, referida a la distribución de la cantidad de personas atendidas por día en dos negocios denominados A y B, para responder las preguntas 44 y 45:

Cantidad de personas atendidas por día, en los primeros veinte días de un mes, en cada negocio



#### Ítem #44

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. En el negocio A la menor cantidad de personas atendidas, por día, fue la misma, que la menor cantidad de personas atendidas, por día, en el negocio B.
- II. En los dos negocios, durante diez días la cantidad de personas atendidas, por día, fue mayor o igual que 60.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. Note que el menor valor en ambos casos (en el negocio A y en el B) los “bigotes” izquierdos señalan el valor 48, por ello I. es verdadera.
- II. Diez días, representa la mitad de días del estudio, por lo tanto se toma en cuenta la mediana ( $Q_2$ ) que en ambas es 60, por lo tanto II. es verdadera.

**Opción correcta: A**

### Ítem #45

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. El recorrido intercuartílico de los datos correspondientes al negocio B, es mayor que el recorrido intercuartílico de los datos del negocio A.
- II. Al menos, en uno de esos veinte días, la cantidad de personas atendidas en el negocio B fue de 90 personas.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. Recorrido intercuartílico (negocio A):  $Q_3 - Q_1 = 72 - 53 = 19$ .

Recorrido intercuartílico (negocio B):  $Q_3 - Q_1 = 74 - 55 = 19$ , Esta proposición es Falsa. Note que ambos recorridos intercuartílico son iguales.

- II. Note que el “bigote” derecho de la caja del negocio B esta sobre 90, eso indica que en al menos un día llegaron 90 personas. La proposición II es verdadera.

**Opción correcta: D**

### Ítem #46

Considere el siguiente contexto:

En Costa Rica desde hace 25 años se realiza la olimpiada matemática costarricense para la educación primaria denominada OMCEP. Tres hermanos han llegado a la final en diferentes años. Las estadísticas del grupo y los puntajes particulares obtenidos por ellos para clasificar se muestran en la siguiente tabla:

Año	Nombre	Puntaje obtenido	Promedio de grupo	Desviación estándar del grupo
2006	José	66,7	35,77	13,45
2008	Felipe	75,7	41,17	16,93
2009	Catalina	87,5	44,23	20,32

Con base en la información dada, considere las siguientes proposiciones:

- I. Catalina fue la que obtuvo la mejor posición relativa de los tres.
- II. José obtuvo una mejor posición relativa que la ocupada por Felipe.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. Obtener las posiciones relativas de los tres estudiantes.

$$\text{Fórmula: } P_r = \frac{\text{Dato} - \text{Media aritmética}}{\text{Desviación estándar}}$$

**Casos:**

$$\text{José: } P_r = \frac{66,7 - 35,77}{13,45} = 2,30$$

$$\text{Felipe: } P_r = \frac{75,7 - 41,17}{16,93} = 2,04$$

$$\text{Catalina: } P_r = \frac{87,5 - 44,23}{20,32} = 2,13$$

Por lo tanto la proposición I es falsa, pues la mejor posición relativa la obtuvo José.

- II. Como ya se estableció en I que la mejor posición relativa fue la de José, por lo tanto la proposición II es verdadera.

**Opción correcta: D**



### Ítem #47

La siguiente tabla muestra un resumen estadístico del precio de venta de tres artículos denominados A, B y C, luego de consultar sus precios de venta en treinta negocios de suministros para oficinas del país:

Artículo	Precio promedio de venta	Desviación estándar
A	57 225	1635
B	3 250	98
C	175	5

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Si se consideran los precios referentes a los tres artículos, entonces, los precios referentes al artículo B son los que presentan mayor variabilidad relativa.
- II. Los precios referentes al artículo A, presentan mayor variabilidad relativa, que los precios referentes al artículo C.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. Obtener el coeficiente de variación en A, B, C.

$$C_V = \frac{\text{Desviación estándar}}{\text{Media aritmética}} \cdot 100$$

**Casos:**

A.  $C_V = \frac{1635}{57\,225} \cdot 100 = 2,86$

B.  $C_V = \frac{98}{3250} \cdot 100 = 3,02$

C.  $C_V = \frac{5}{175} \cdot 100 = 2,86$

La mayor variabilidad la tiene el artículo B. Por ello, la proposición I es verdadera.

- II. Tanto A como C, tienen igual coeficiente de variación, por lo tanto la proposición II es falsa.

**Opción correcta: C**

### Ítem #48

Considere la información referente a la cantidad de saltos de cuerda que da un atleta, en dos jornadas de entrenamiento diferente: una en la mañana y otra en la tarde (en cada jornada realiza 12 intentos). En la siguiente tabla se muestra un resumen de lo logrado por el atleta:

Jornada del entrenamiento	Cantidad de saltos					
	Mínimo	I cuartil	Mediana	III cuartil	Máximo	Promedio
En la mañana	55	63	66	68	75	65,25
En la tarde	59	60	66	70	71	65,25

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. Si se considera el 50% de los datos centrales en ambas jornadas de entrenamiento, entonces son más variables los de la jornada de la mañana.
- II. Si se considera el recorrido de los datos, en cada una de las jornadas de entrenamiento, entonces la cantidad de saltos, fue más variable en la jornada de la tarde que en la jornada de la mañana.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

### Explicación:

- I. El rango (o recorrido) intercuartílico (RIQ) representa el 50% de los datos centrales y se calcula así:

$RIQ = Q_3 - Q_1$ ; veamos los casos:

En la mañana:  $68 - 63 = 5$  (RIQ)

En la tarde:  $70 - 60 = 10$  (RIQ)

Hay mayor variabilidad en la jornada de la tarde. La proposición I es falsa.

- II. Note que las medias aritméticas en ambas jornadas son iguales (65,25), pero los recorridos son diferentes:

Recorrido en la mañana:  $75 - 55 = 20$ .

Recorrido en la tarde:  $71 - 59 = 12$ .

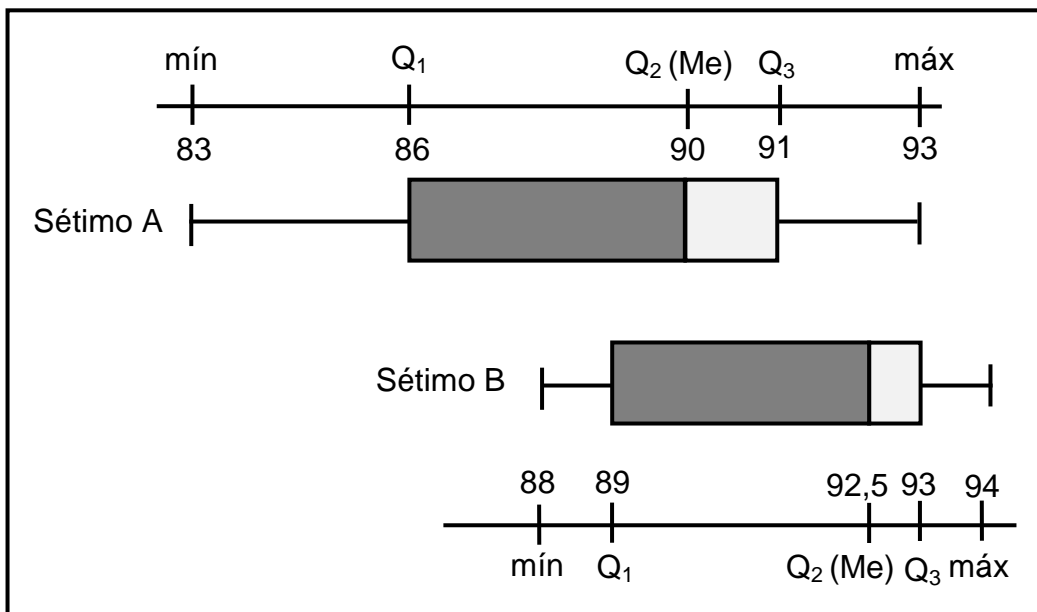
Hay mayor variabilidad en la mañana. La proposición II es falsa.

**Opción correcta: B**

Ítem #49

Considere la siguiente información referida a las notas obtenidas por los estudiantes de dos séptimos años (grupos con igual cantidad de estudiantes), en la misma prueba de matemáticas aplicada por el profesor Flores:

Calificaciones obtenidas, en la prueba de matemáticas, por los estudiantes de séptimo año del profesor Flores



Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. En el séptimo A las calificaciones fueron más variables que en el séptimo B.
- II. Si se consideran las calificaciones que están entre el primer cuartil y el tercer cuartil, en ambas distribuciones, entonces son más variables las del séptimo B que las del séptimo A.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

- I. La dispersión de los datos del sétimo A es mayor que la del sétimo B.

**Casos:**

Caso A:  $93 - 83 = 10$

Caso B:  $94 - 88 = 6$

La proposición I es verdadera.

- II. La diferencia entre el  $Q_3$  y  $Q_1$ , es el recorrido intercuartílico (50% de los datos centrales).

**Casos:**

Caso A:  $91 - 86 = 5$

Caso B:  $93 - 89 = 4$

La proposición II es falsa.

**Opción correcta: C**

### Ítem #50

Considere la información referente a la circunferencia de la cabeza de las bebés, de dos meses de edad, reportadas por tres clínicas de San José (cada clínica reportó los datos de una muestra de 50 niñas). El resumen de esta información se muestra en la siguiente tabla:

Circunferencia de la cabeza, en centímetros, de niñas de dos meses					
Clínica	Mínimo	Máximo	Promedio	Mediana	Desviación estándar
Carit	36,4	43,5	40,05	40,1	1,72
Paulo Freer	36,5	43,6	40,02	40,1	1,82
Santa Rita	36,6	43,7	40,08	40,2	1,65

Con base en la información anterior, considere las siguientes proposiciones:

- I. La clínica que presenta las medidas de la circunferencia de la cabeza más variables fue la clínica Santa Rita.
- II. En la clínica Carit las medidas de la circunferencia de la cabeza son menos variables que en la clínica Paulo Freer.

De ellas son verdaderas

- A) ambas.
- B) ninguna.
- C) solo la I.
- D) solo la II.

**Explicación:**

-El recorrido de los datos en las muestras de las 3 clínicas es 7,1; es decir, no aporta elementos que sean útiles para establecer cual grupo presenta mayor variabilidad.

-El promedio en los tres casos tienen a valores muy cercanos.

-La mediana en los tres casos tienen a valores muy cercanos.

-Las muestras son de 50 niñas en cada clínica y no presupone grandes diferencias en las medidas de la circunferencia de las cabezas de las niñas de 2 meses de edad. Es decir, estamos en presencia de grupos con tendencia a la homogeneidad en sus datos. Por esta razón, no es aplicable el coeficiente de variación (CV) en este caso.

Recuerde, el CV es útil en los casos en que hay que comparar la variabilidad de dos (o más) grupos, donde los individuos de un grupo presentan diferencias significativas con respecto al otro. Como es el caso del análisis de la variabilidad de los pesos (masas) entre los 10 jaguares machos y de los 10 tepezcuintes machos ejemplificados en la página 440 del programa de estudio.

Así las cosas, el ejercicio se reduce a la consideración de la desviación estándar para efecto de analizar la variabilidad.

En este caso, la proposición I es falsa y la II es verdadera.

**Opción correcta: D**